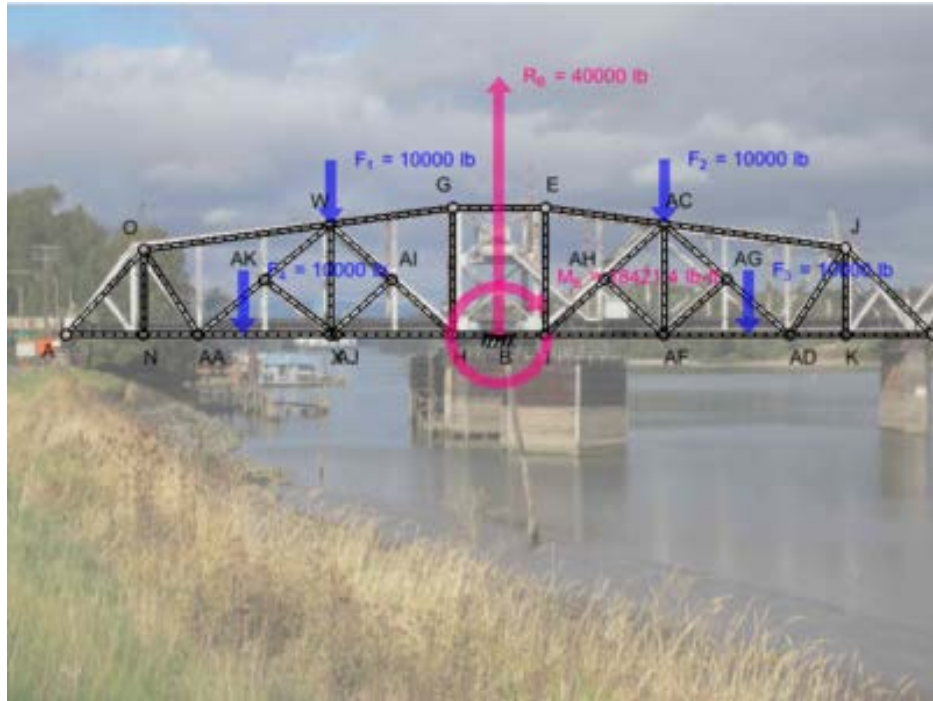
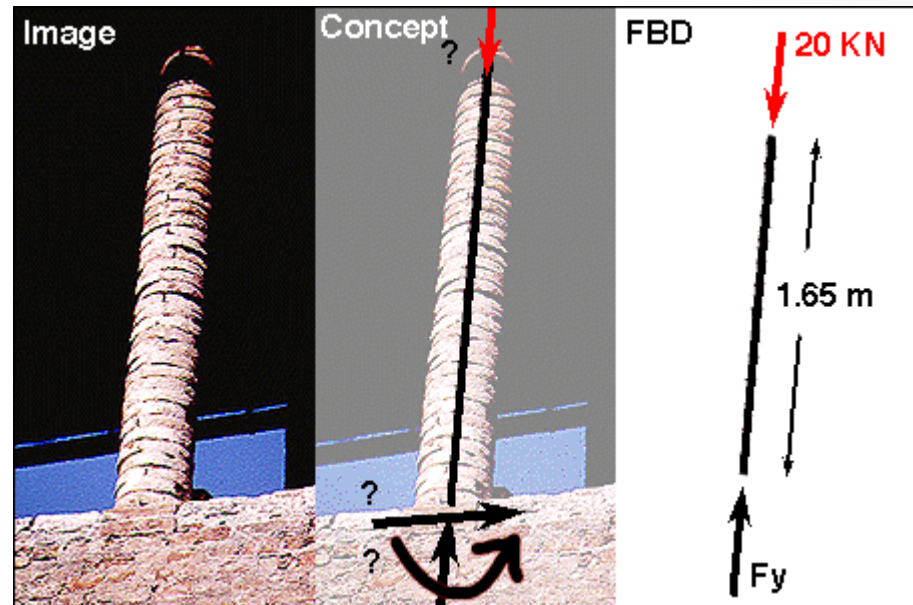
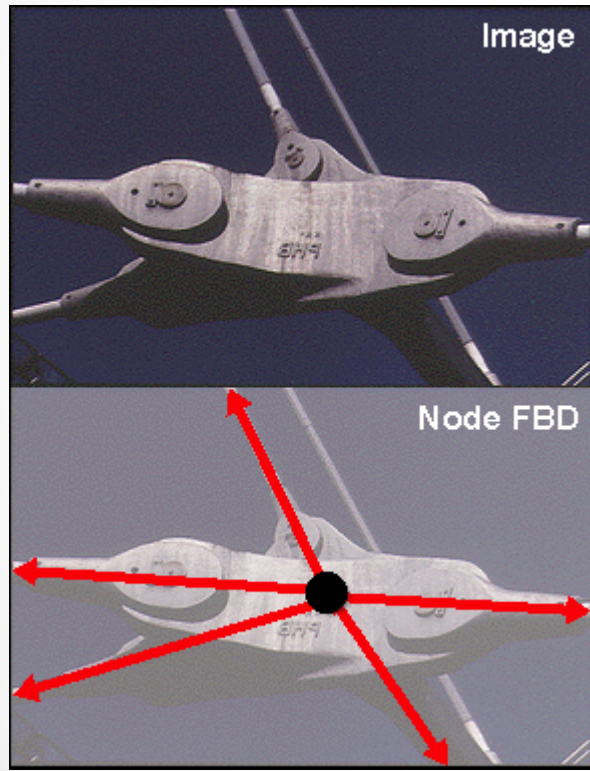


Mühendislik Mekanik (STATİK)



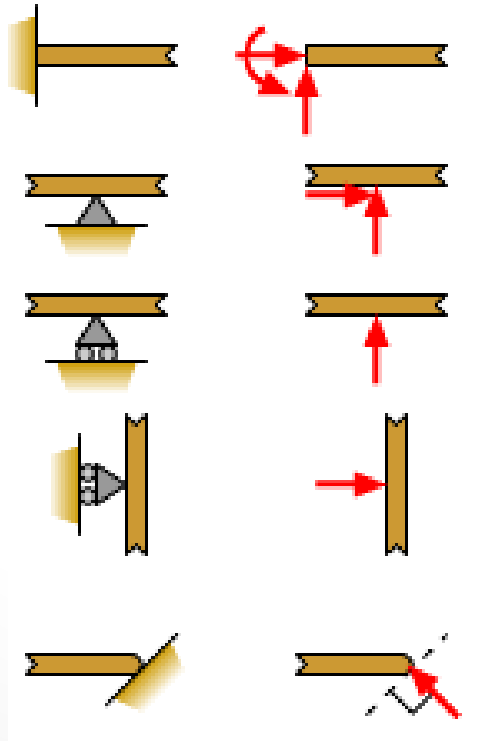
Yrd. Doç. Dr. Mehmet Alpaslan KÖROĞLU

Rijit Cisimlerin Düzlemde Dengesi



Rijit Cisimlerin Düzlemde Dengesi

2 Boyutta Denge



Serbest Cisim Diyagramı

Bir cisme etki eden bütün kuvvetlerin bileşkeleri sıfır ise o cisim dengededir.
Veya, eğer bir cisim dengede ise o cisme etki eden bütün kuvvetlerin bileşkeleri sıfırdır.

Yani kuvvetlerin toplamı ve kuvvet çiftlerinin momentlerinin toplamı sıfırdır.

İç kuvvetler etki-tepki prensibine göre birbirine eşit şiddette, zıt yönde ve aynı tesir çizgisinde olduklarından dolayı birbirini sıfırlar.

Dolayısı ile denge problemlerinde sadece dış kuvvetler göz önüne alınır.

Bilinmeyen kuvvetleri bulmaya çalışırken bu denklemler kullanılır.
Bu denklemler denge için gerekli ve yeterli şartlardır.

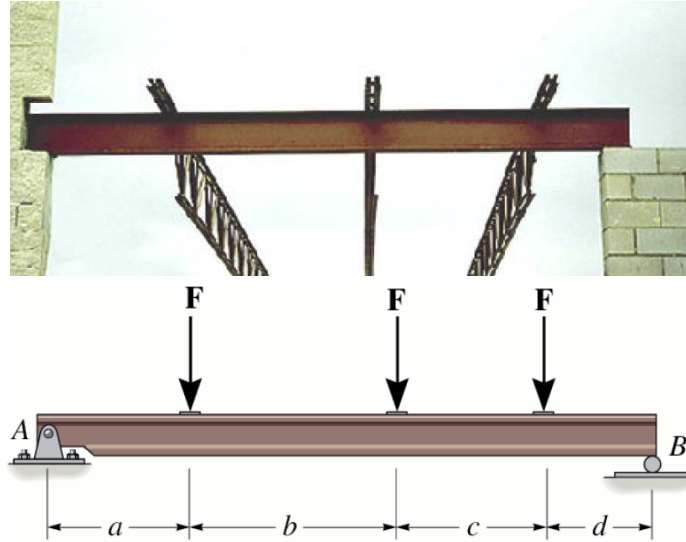
$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

$$\Sigma \vec{M} = \vec{0}$$



Serbest Cisim Diyagramı

- Önce hangi cismin veya sistemin dengesinin inceleneceği net bir şekilde belirlenmelidir.



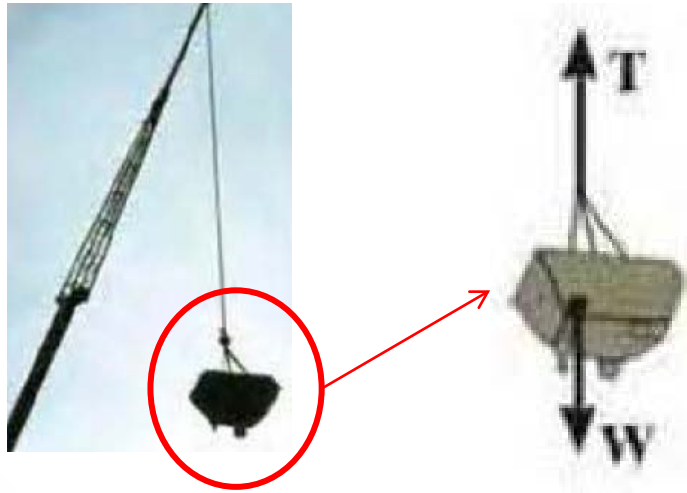
- Yapılacak ilk iş dengesi incelenecek cismi, hayali olarak diğer cisimlerden ayırıp çizmektir.

Bu işleme serbest cisim diyagramı çizmek denir.

Serbest Cisim Diyagramı

Serbest cisim diyagramını çizerken, incelenecek cisme etki eden **bütün dış kuvvetler** diyagram üzerinde gösterilir. Kuvvetlerin tesir çizgilerinin geçtiği noktalar arasındaki uzaklıklar biliniyorsa onlar da gösterilir.

Dış kuvvetleri gösterirken bilinmeyen kuvvetlerin yönü, eğer tahmin edilemiyorsa, keyfi olarak seçilebilir. Yapılan hesaplamanın sonucunda seçilen yönün doğru olup olmadığı ortaya çıkacaktır.



Eğer dengedeki bir cisme etki eden kuvvet sistemi iki boyutlu ise o zaman düzlemde dengeden bahsederiz.

Serbest Cisim Diyagramı

- Kuvvetler cisme mesnetler ve diğer cisimlerden uygulanma durumuna göre :

Bilinen kuvvetler (aktif kuvvetler) ve mesnet veya bağlardan geleceği düşünülen tepki kuvvetleri (reaktif kuvvetler) olmak üzere ikiye ayrılır.

- Aktif kuvvetler: Ağırlık kuvvetleri veya cismin zorlanma koşullarına göre bilinen dış kuvvetlerdir.
- Tepki kuvvetleri : mesnet, mafsal, kablo, çubuk gibi diğer cisimlerin uyguladıkları kuvvetlerdir. Bu tepki kuvvetlerinin tam zıttı dengesi incelenen cisim tarafından diğer cisimlere aynı şekilde etkir.

Sürtünmesiz temaslarda tepki kuvveti temas yüzeyine diktir.

MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

- Bir mesnet cismin verilen bir doğrultuda ötelenmesini engelliyorsa, cisim üzerinde söz konusu doğrultuda bir kuvvet ortaya çıkar. Aynı şekilde, cismin dönmesi engelleniyorsa, cisim üzerinde bir kuvvet çifti momenti uygulanır.



MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

- **Kayıcı Mesnetler**

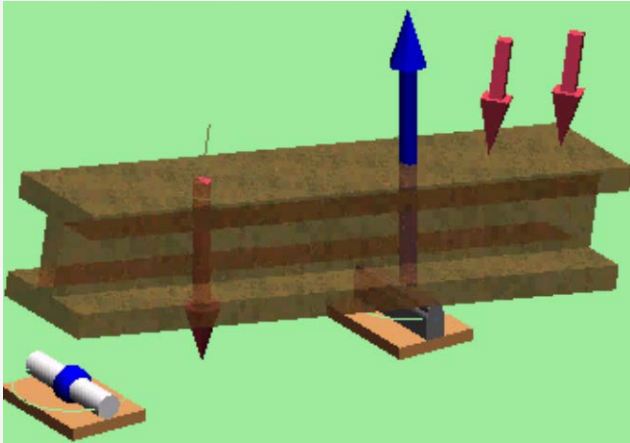
Sadece bilinmeyen bir reaksiyon sağlar ve hareket yönüne pozitif bir açı ile etki eder. Böylece kayıcı mesnetler, bir doğrultuda lineer harekete ve dönmeye müsaade ederler.

Kuvvet mesnetten kirişe etkiyor şeklinde gösterildi (yani cisim üzerinde) Mesnet serbestçe döndüğü için ve yatay yönde hareket edebildiği için o yönlerde mesnet kuvvetleri oluşmaz.



MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

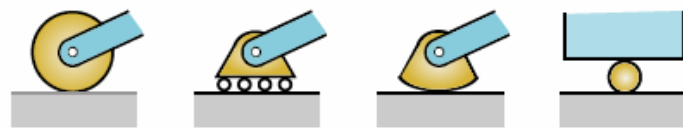
- Kayıcı Mesnetler**



Şekilden de anlaşılacağı üzere, y yönünde deplasman yoktur yani sıfırdır ama y yönünde bir tepki kuvveti meydana gelir. Kayıcı mesnet sadece kirişin düşey doğrultuda ötelenmesini önler, tekerlek kiriş üzerinde sadece bu doğrultuda bir kuvvet uygular



Bağlantı	Serbest Cisim Diyagramı
<u>Kayıcı mafsall (mesnet)</u> Silindir, Makara ve Tekerlekler Mafsallı Ayak Sürtünmesiz Yüzey	F



MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

- **Sabit Mesnetler**

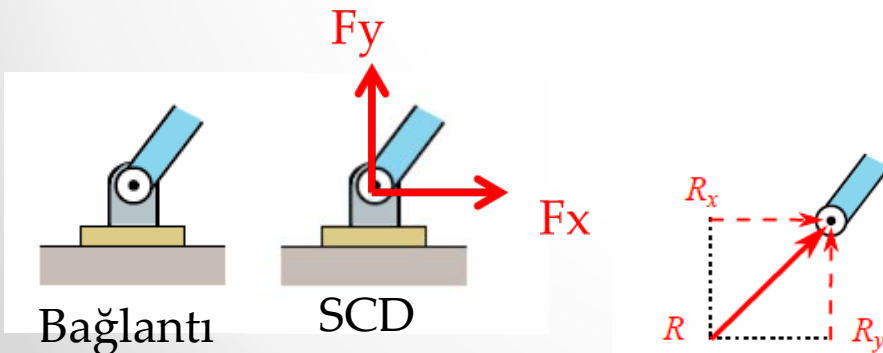
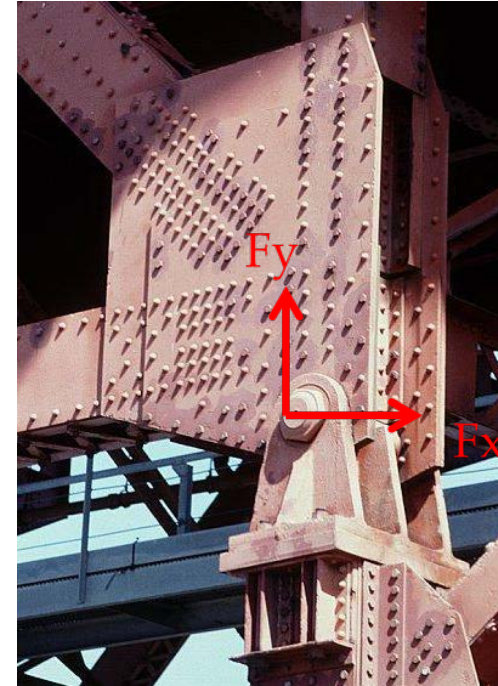
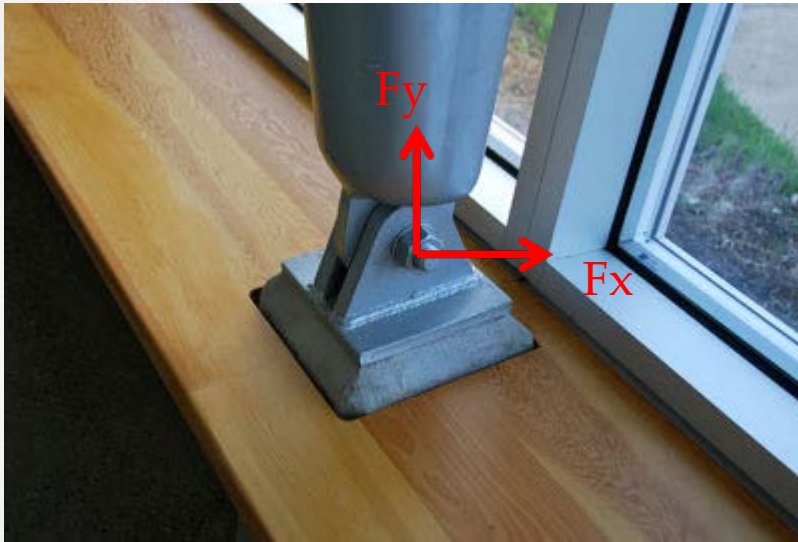
Tek noktada sabitlenmiş mesnetler yatay ve düşeyde iki reaksiyon verir dolayısıyla iki yönde cismin hareketine engel olur. Fakat dönmeyi sağlar.



Kiriş şeklindeki gibi, bir pim kullanılarak daha kısıtlayıcı bir şekilde mesnetlenebilir. Pim yere tutturulmuş iki elemandan ve kirişteki bir delikten geçer. Pim kirişin herhangi bir $\square$ doğrultusunda, ötelenmesini önler ve bu yüzden pim kiriş üzerinde bu doğrultuda bir F kuvveti uygulamalıdır. Bu etkiyi F_x ve F_y bileşenleri ile ifade etmek daha kolaydır. Hem düşey hem yatay yönde hareket engellenmiştir, dolayısıyla reaksiyon kuvvetleri bu iki yönde oluşur. Kiriş sadece serbestçe dönebilir.

MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

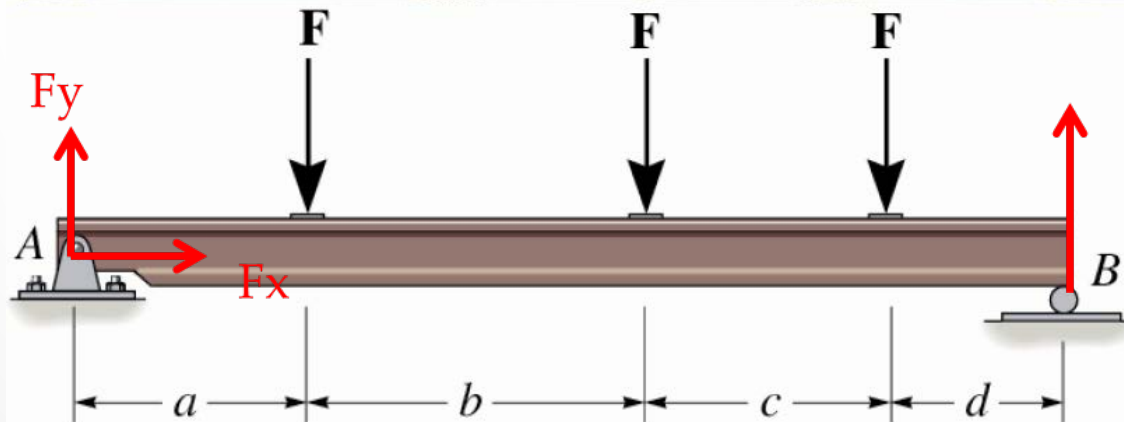
- Sabit Mesnetler**



Diğer cisim incelediğimiz cisme bir R kuvveti uygulayabilir. Bu kuvvet herhangi bir yönde olabilir.

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

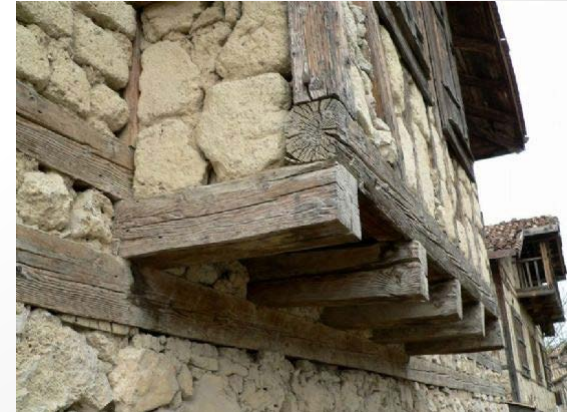
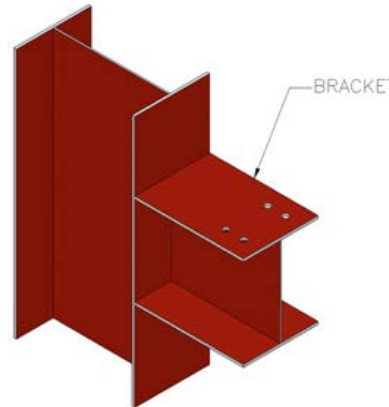


Kayar ve Sabit Mesnet'in Birlikte Uygulanması

MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

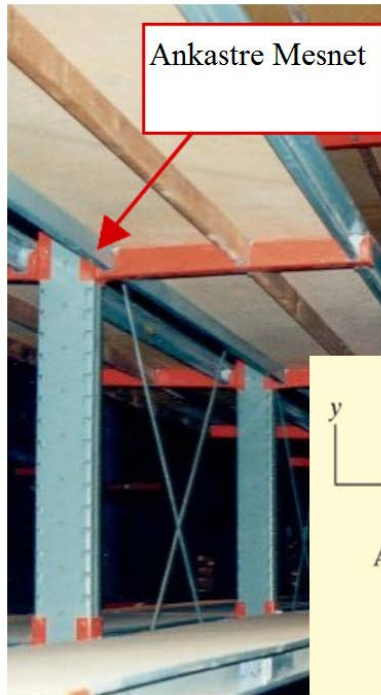
- **Ankastre (Konsol) Mesnetler**

Ankastre mesnet: Kirişi mesnetlemenin en kısıtlayıcı yolu, şekildeki gibi bir sabit mesnet (ankastre mesnet) kullanmaktır. Bu mesnet kirişin hem ötelenmesine, hem de dönmesine engel olur. Bu durumda, mesnette x ve y yönlerinde kuvvetler ve z eksenini doğrultusunda (moment eksenini) moment oluşacaktır. Kuvvet mafsallı mesnette olduğu gibi F_x ve F_y bileşenleri ile ifade edilir, ve bu kuvvetler bilinirse açısı da kolaylıkla bulunur. Kirişin bir noktadan her yöndeki hareketi sınırlanmıştır.

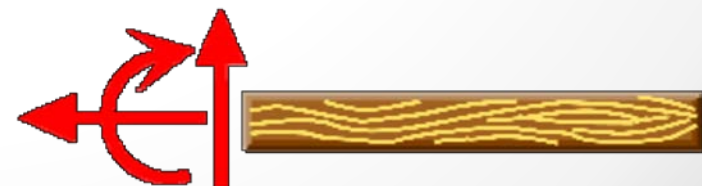
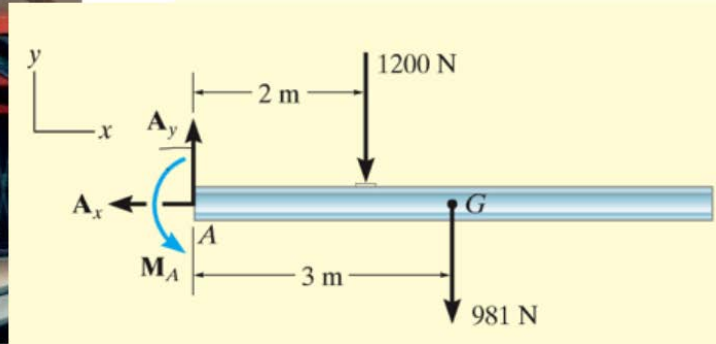
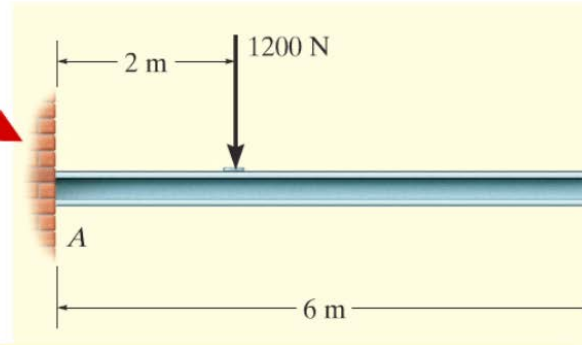


MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

- Ankastre (Konsol) Mesnetler**



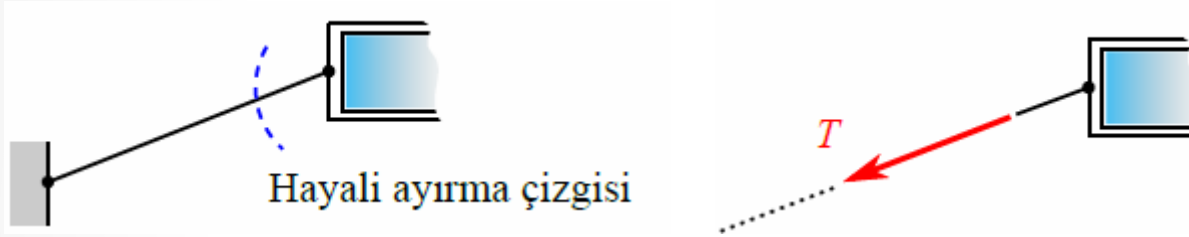
Ankastre Mesnet



2 Boyutlu

MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

- Kablo, kayış, zincir veya ip gibi esnek elemanlar ↑



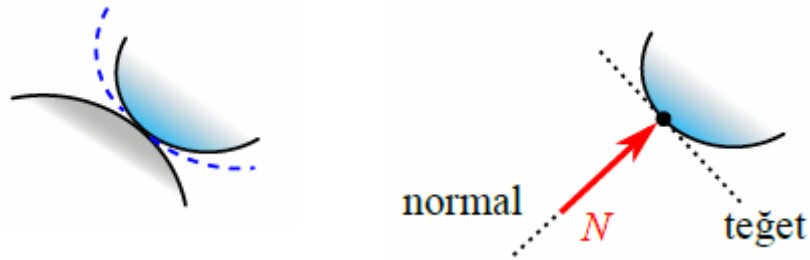
Bir ip, incelediğimiz cisme;

- yalnızca çekme kuvveti uygulayabilir.
- Çekme kuvveti T nin tesir çizgisi ip ile çakışıktır.



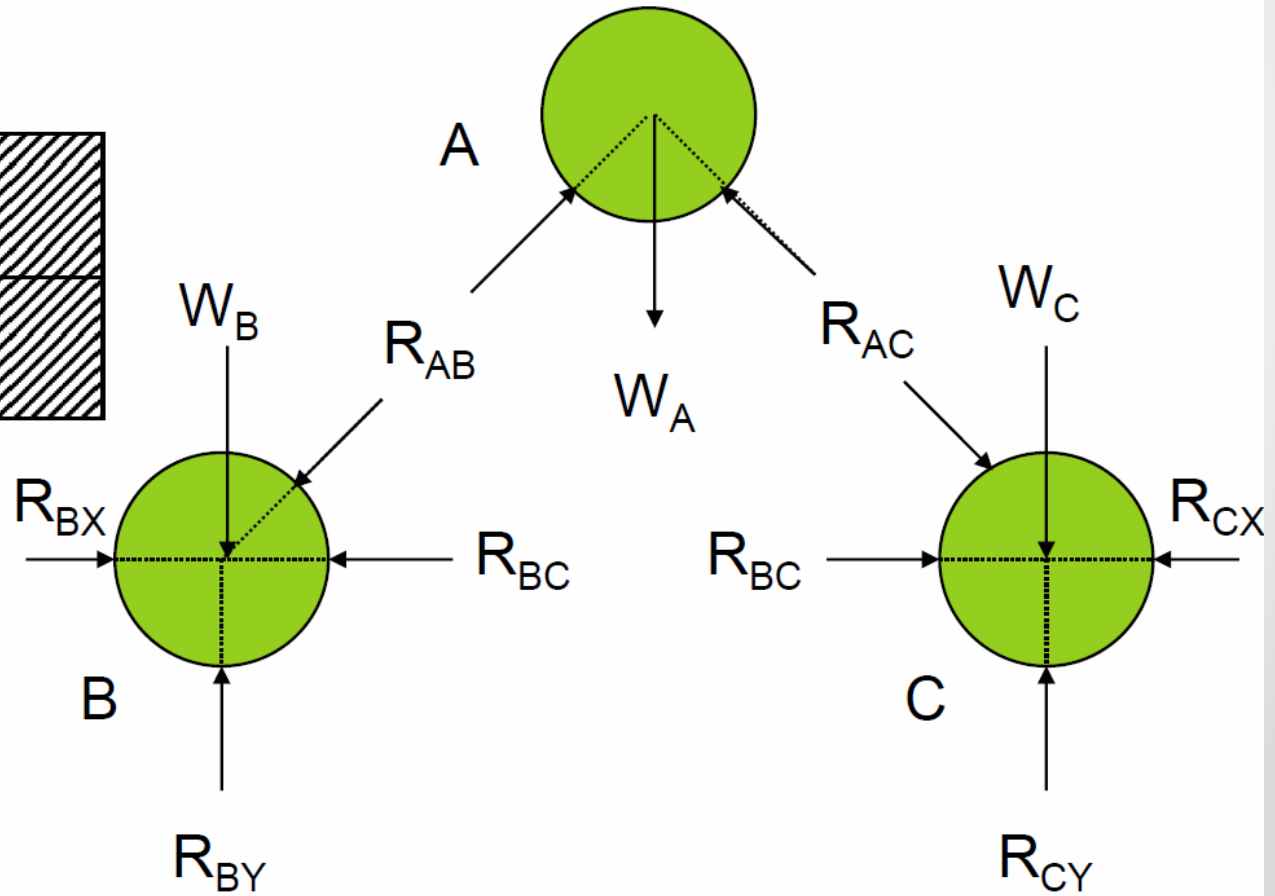
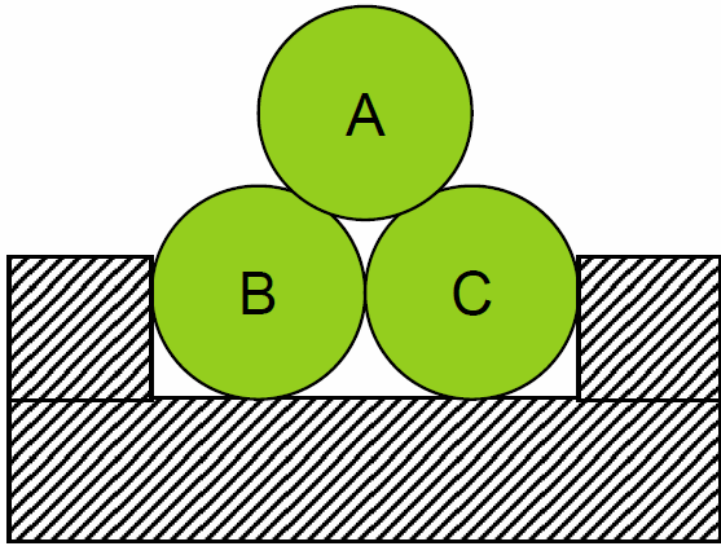
MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

- Sürtünmesiz yüzeyler

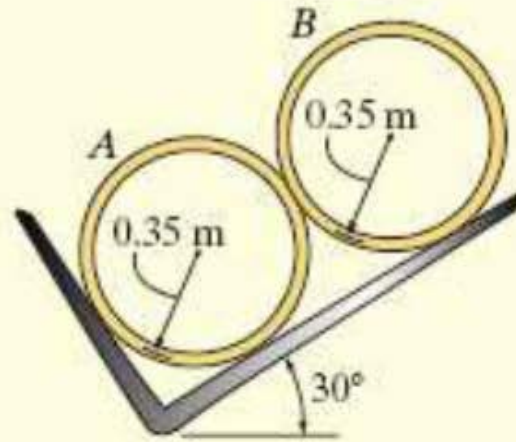


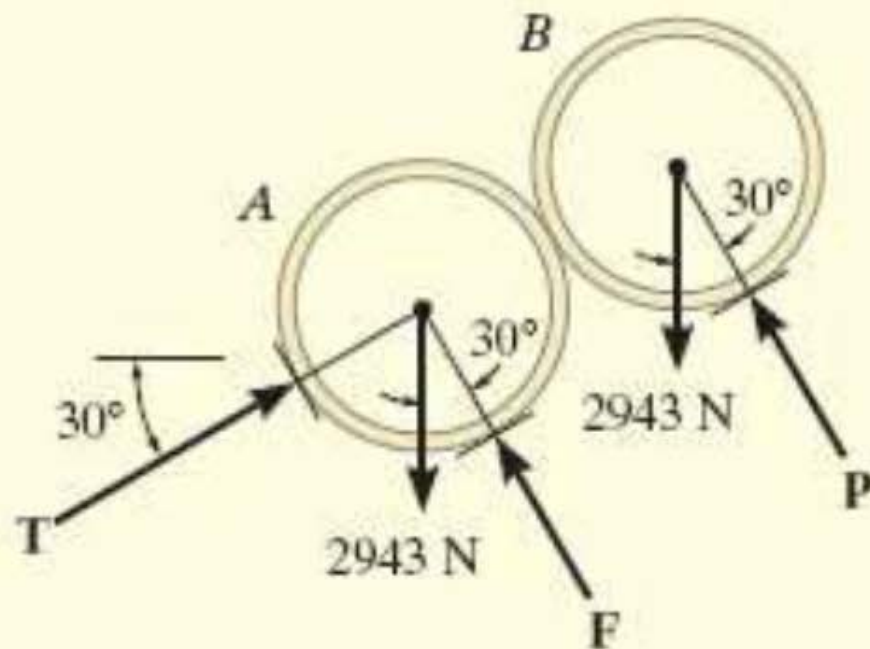
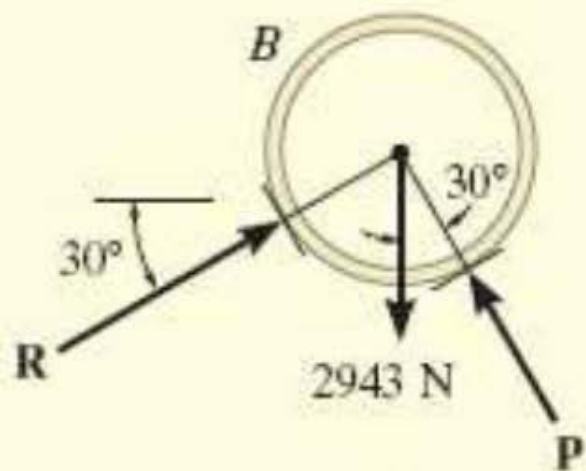
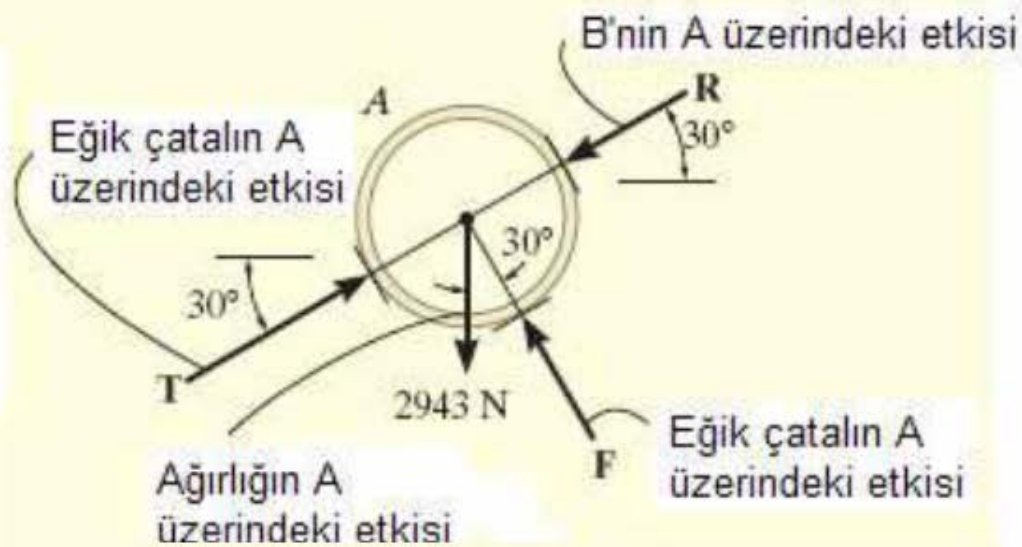
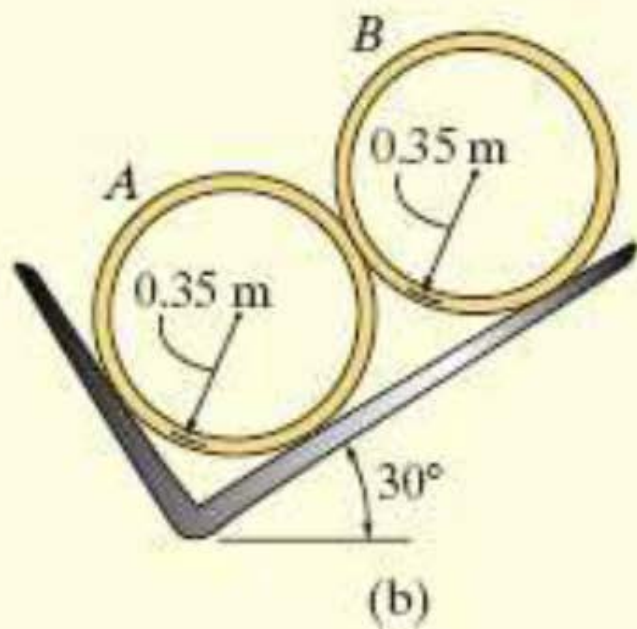
Diğer cisim incelediğimiz cisme bir N kuvveti uygulayabilir. Bu kuvvet daima itme kuvvetidir ve temas noktasında yüzeye diktir.

Serbest Cisim Diyagramları



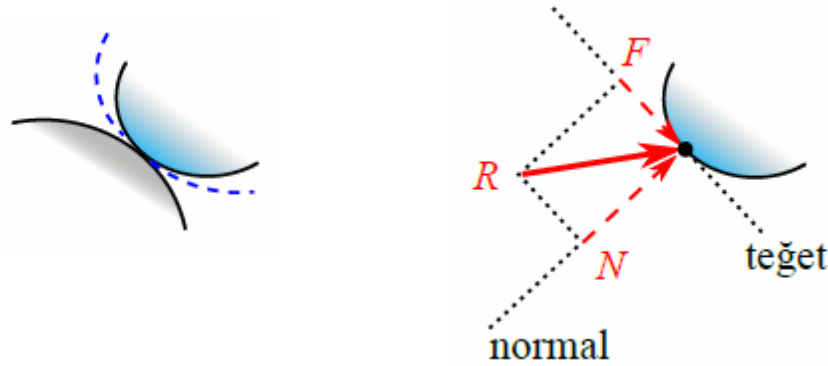
Her birinin kütlesi 300 kg olan pürüzsüz A ve B silindirleri aşağıda resimde gösterilen traktörün çatalları ile desteklenmektedir. Her bir silindirin ayrı ayrı ve birlikte serbest cisim diyagramlarını çiziniz.





MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

- Sürtünmeli yüzeyler



Diğer cisim incelediğimiz cisme bir R kuvveti uygulayabilir.
Bu kuvvet daima itme kuvvetidir.

Sürtünme kuvveti daima kaymayı önleyici yöndedir.

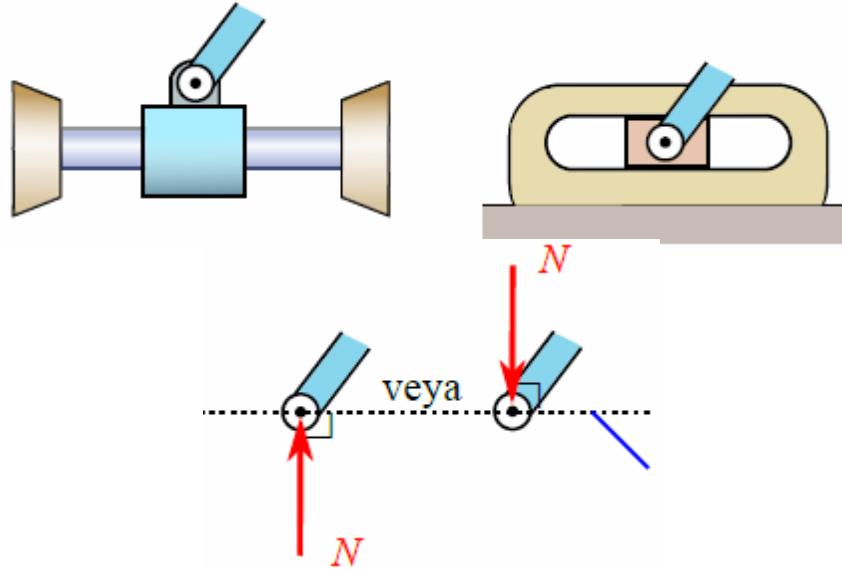
$$R^2 = F^2 + N^2$$

F : Teğetsel bileşen, sürtünme kuvveti

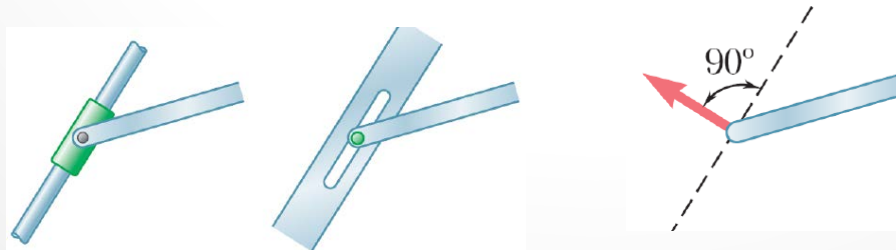
N : Normal bileşen

MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

- Kayıcı mesnet (Cilalı Yarık)

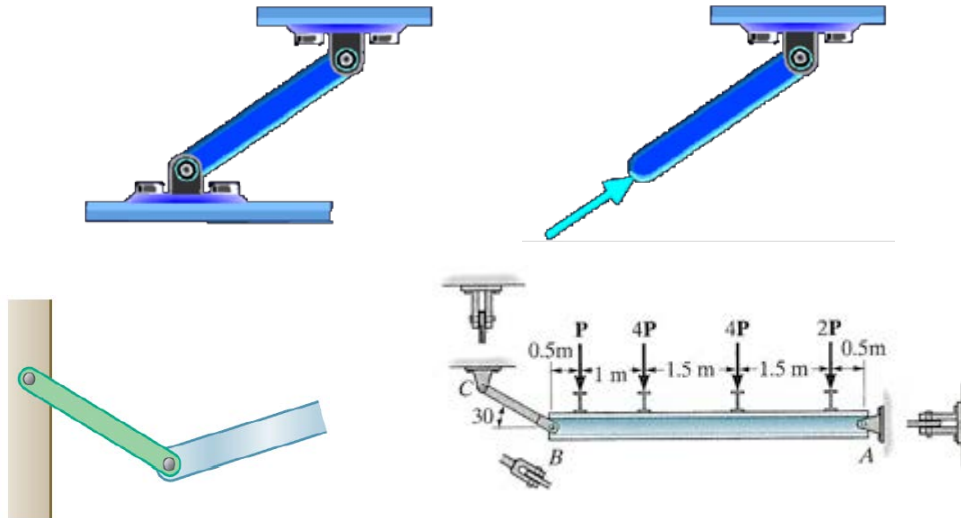


Diğer cisim incelediğimiz cisme bir N kuvveti uygulayabilir.
Bu kuvvet kayma doğrultusuna diktir.

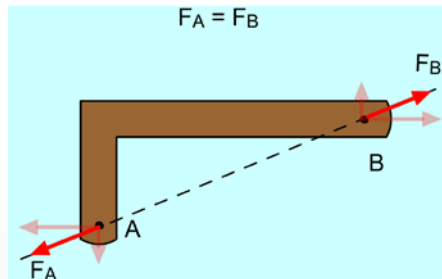


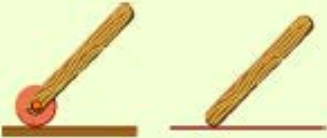
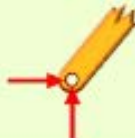
MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

- Pandül Ayak (Normal Kuvvet Elemanı)



Her iki ucu da mafsallı olan, yani moment almayan düşey çubuk

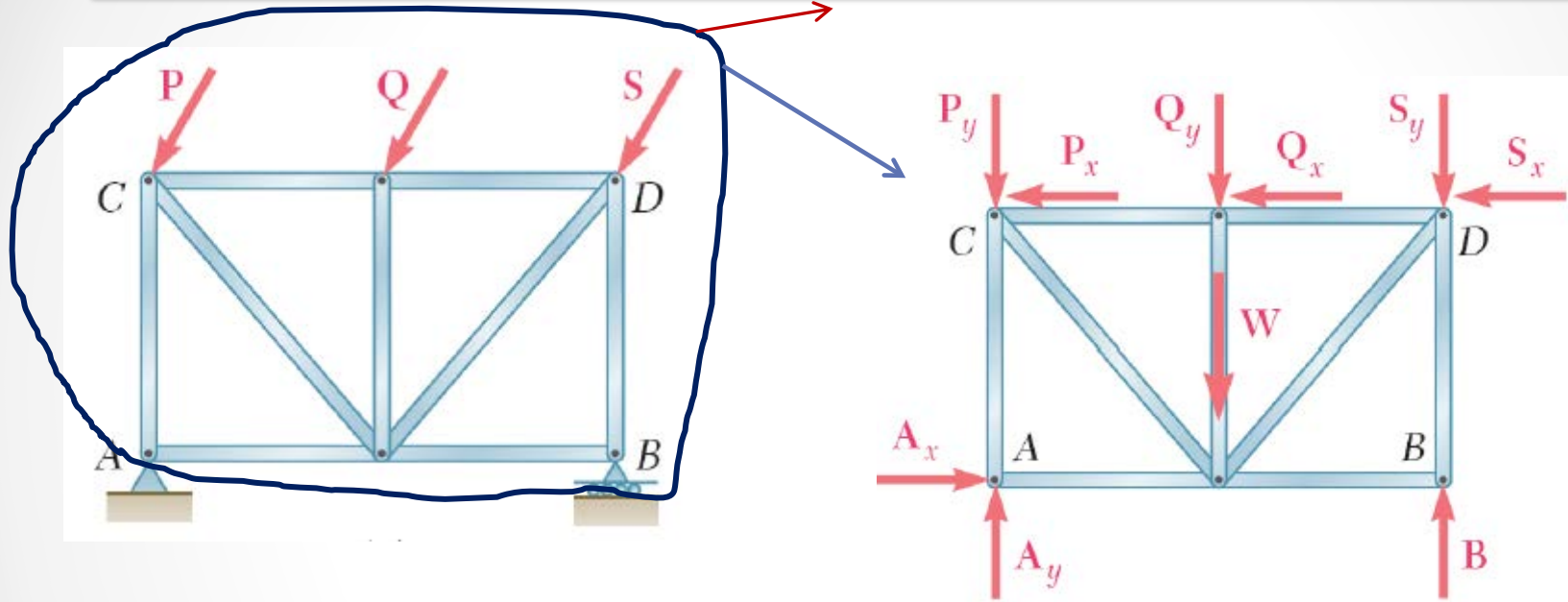


	BAĞ ÇEŞİTLERİ	BAĞ KUVVETLERİ
Kayıcı Mafsal ve Cilalı Yüzey		
Kablo		
Cıvalı Yarıç		
Pandül Ayak		
Sabit Mafsal ve Mafsal		
Sürtünmeli Yüzey		
Ankastre Mesnet		

Bu kuvvetlerin tesir çizgilerinin doğrultulan bellidir

Örnek serbest cisim diyagramları

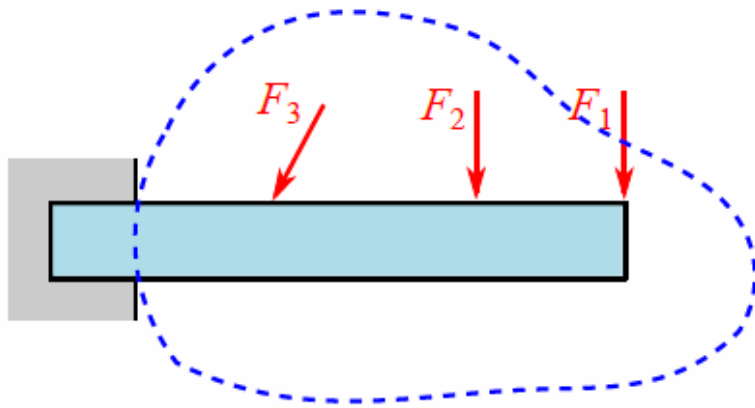
Ayrırma çizgisi Kapalı bir eğridir. Nereden geçtiği ve nereleri kestiği net bir şekilde belirli olmalıdır.



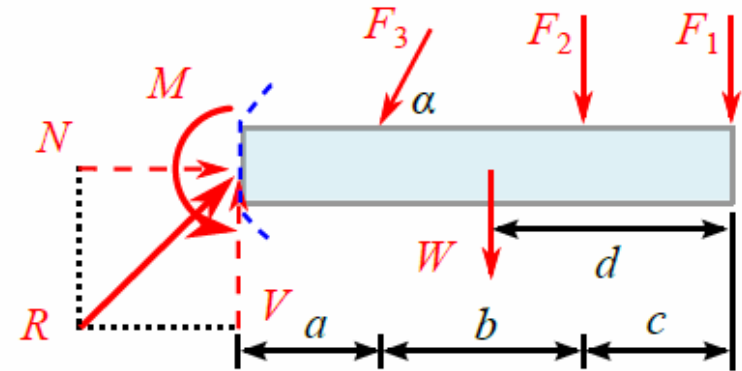
İncelenecek sistem diğer sistemlerden hayali olarak ayrılır.

Sadece dış kuvvetler gösterilir.

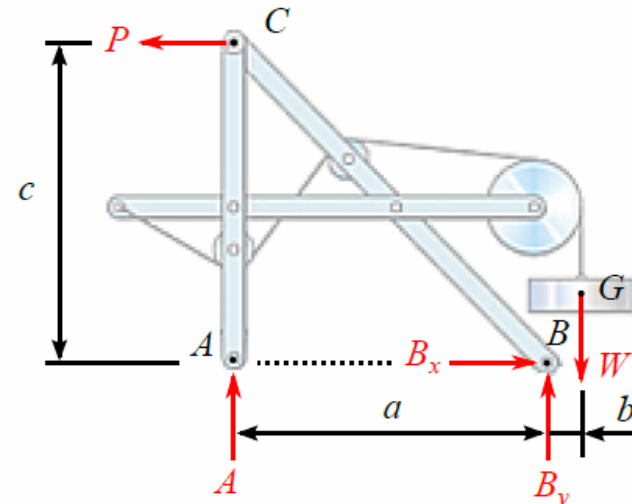
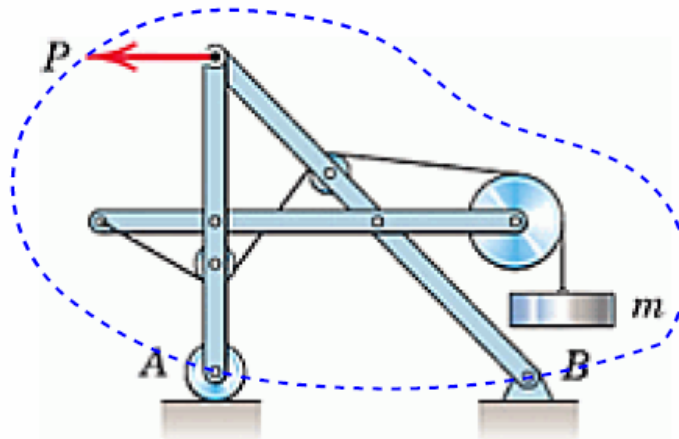
Örnek serbest cisim diyagramları

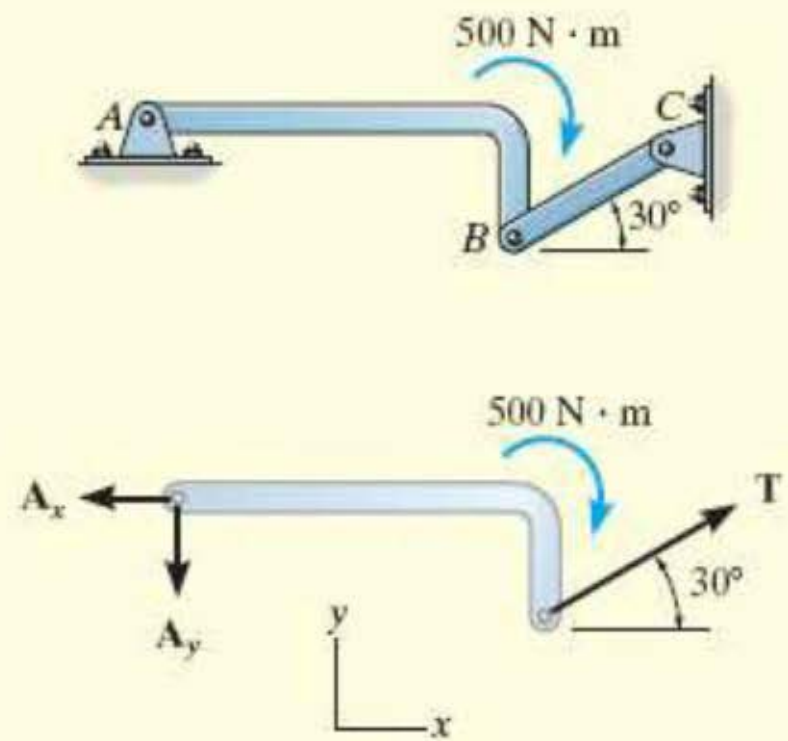
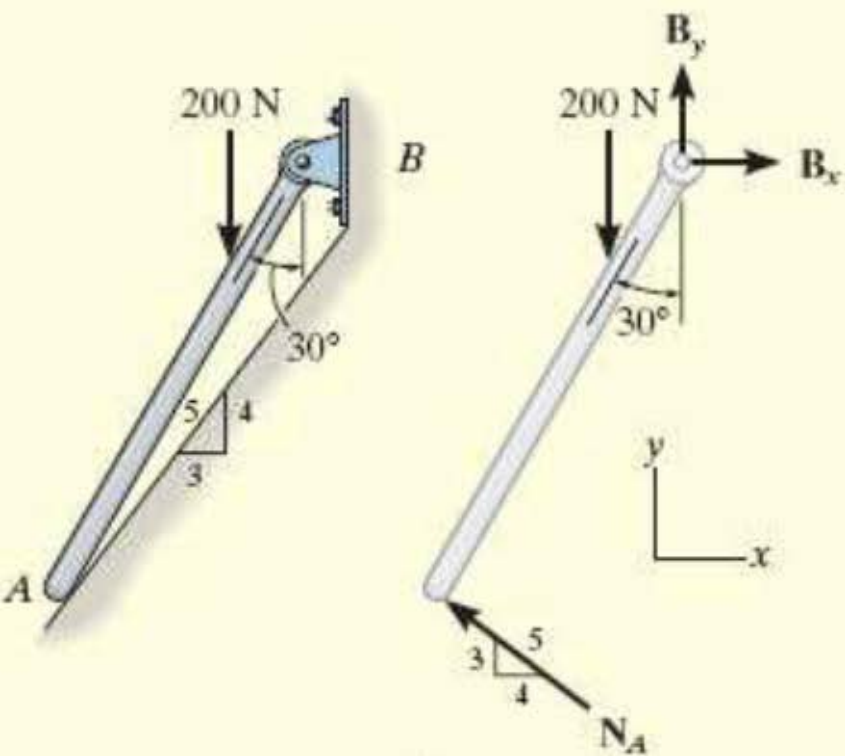


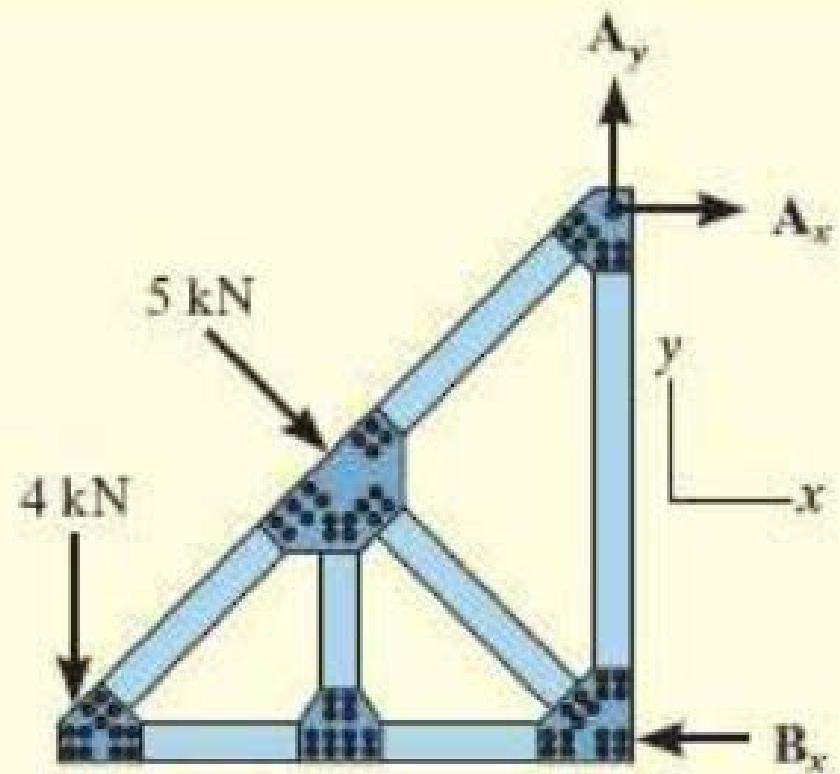
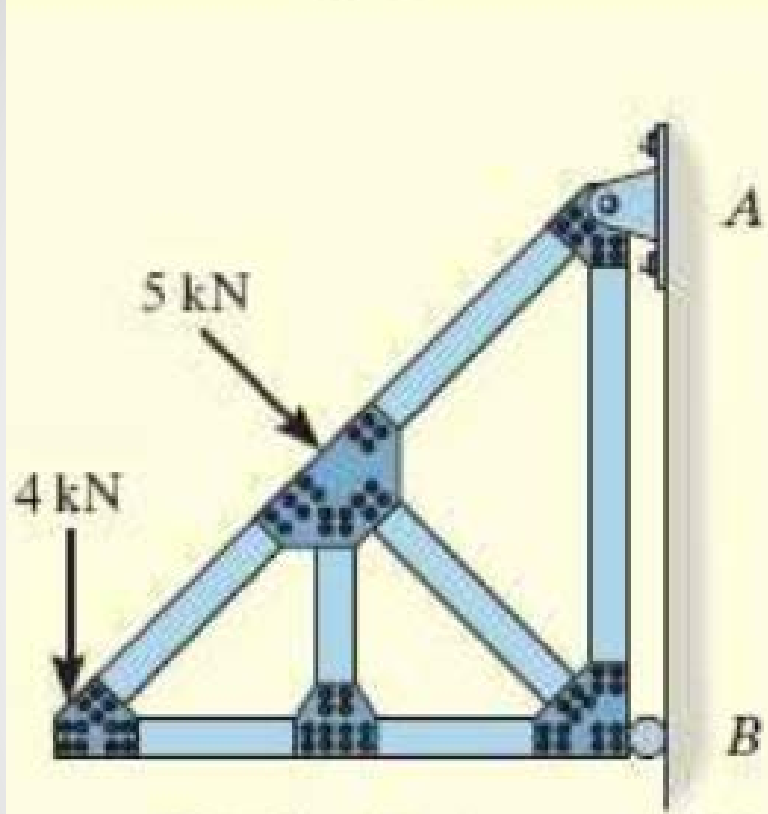
Kirişin serbest cisim diyagramı



Çerçevenin tamamının serbest cisim diyagramı







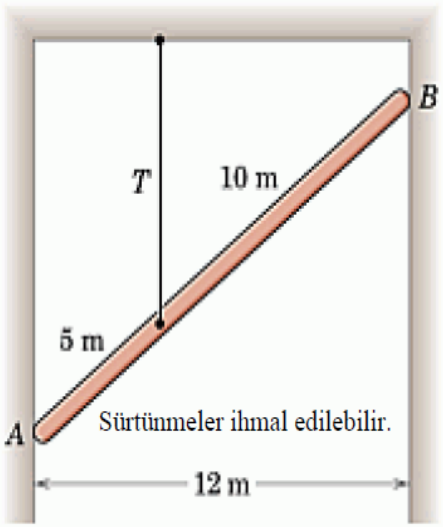
Dikkat: Bir elemanın diğer eleman üzerindeki etkileri (veya tepkileri) olan iç kuvvetler eşit büyüklüktedir ama ters yönlüdürler. İç kuvvetler serbest cisim diyagramına dahil edilmemişlerdir çünkü birbirlerinin etkisini yok ederler.

Serbest cisim diyagramı çizerken bilinmeyen kuvvetlerin yönleri ile ilgili bazı detaylar

F_x sembolü, F kuvvetinin x -bileşeninin hem yönünü hem de şiddetini gösterir. Yön gösteren işaret F_x in içindedir.

$$\Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx}$$

Bu işaretler daima + dır - olmaz.



Bir ip, incelediğimiz cisme ancak çekme kuvveti uygulayabilir. Çekme kuvveti T nin tesir çizgisi ip ile çakışır. T nin yönü kesinlikle böyledir. Eğer hesaplamamın sonucunda negatif bir değer bulunursa bu durum T nin yönünün yanlış seçildiğini göstermez. Hesaplamanın yanlış olduğunu gösterir.

Bu kuvvetin yönü kesinlikle bu şekildedir. Yani seçilen referans eksen takımına göre $B_x = - B$ dir. Bilinmeyen bir kuvvetin yönü hakkında kesin bir fikrimiz varsa o kuvveti başka bir yönde göstermemeliyiz.



$$\Sigma F_x = 0$$
$$A_x + B_x + T_x + W_x = 0$$

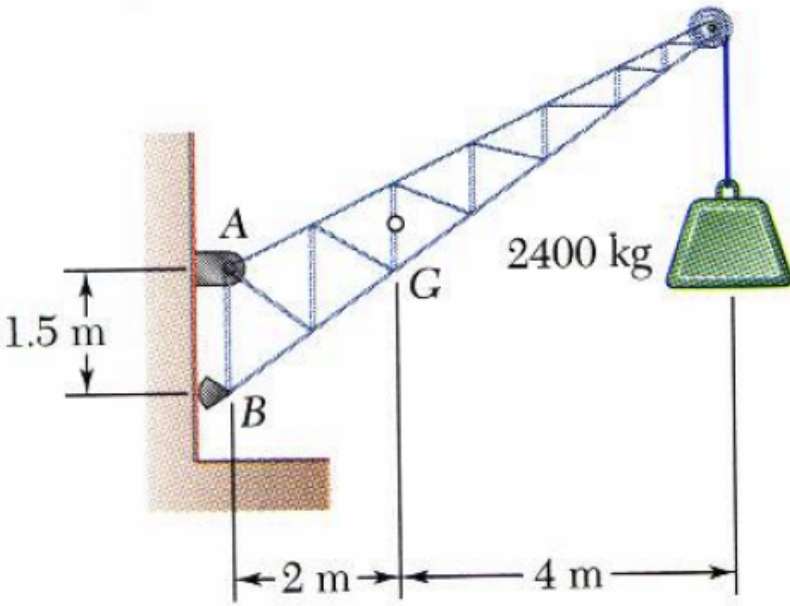
$$\left. \begin{matrix} T_x = 0 \\ W_x = 0 \end{matrix} \right\} A_x + B_x = 0$$

$$A_x = A \rightarrow B_x = - A$$

Yüzeyler arasındaki sürtünme ihmal edildiği zaman diğer cisim incelediğimiz cisme ancak dayanma yüzeyine dik olan bir itme kuvveti uygulayabilir. Bu kuvvetin yönü kesinlikle bu şekildedir. Seçilen referans eksen takımına göre $A_x = A$ dır.

Ağırlık kuvveti daima düşeydir ve aşağı yöndedir.

Bu işaret B kuvvetinin yönünün yanlış seçildiğini göstermez.

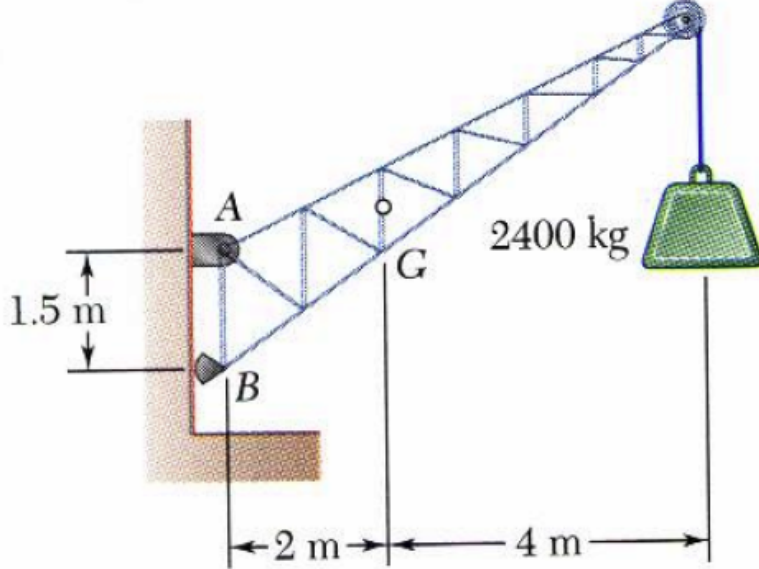


Sabit bir vinç 1000 kg kütleye sahiptir ve 2400 kg kütleli sandığı kaldırmakta kullanılmaktadır. Vinç duvara A noktasından mafsallı ile ve B noktasından kayıcı mafsallı ile sabitlenmiştir. Vincin ağırlık merkezi G noktasıdır.

A ve B noktasındaki tepki kuvvetlerini bulunuz.

Çözüm:

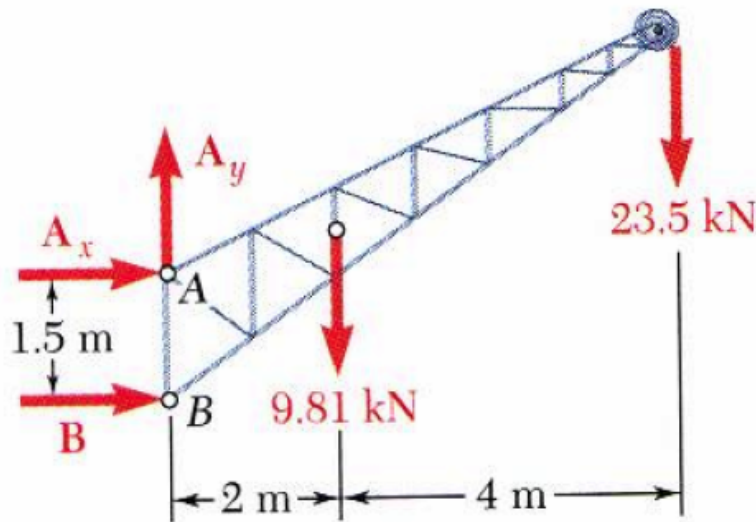
- Vincin Serbest Cisim Diyagramını çizilir.
- A noktasına göre moment denge denklemi kullanılarak B bağlantı noktasındaki tepki hesaplanır.
- Yatay ve düşey kuvvet dengesi denklemleri kullanılarak A bağlantı noktasındaki kuvvetler hesaplanır.
- B noktasına göre moment denge denklemi kullanılarak yukarıda bulunan sonuçların sağlanması yapılır.



- A noktasına göre moment denge denklemi kullanılarak B bağlantı noktasındaki tepki hesaplanır.

$$\sum M_A = 0: \quad +B(1.5\text{m}) - 9.81\text{ kN}(2\text{m}) - 23.5\text{ kN}(6\text{m}) = 0$$

$$B = +107.1\text{ kN}$$



- Yatay ve dikey kuvvet dengesi denklemleri kullanılarak A bağlantı noktasındaki kuvvetler hesaplanır.

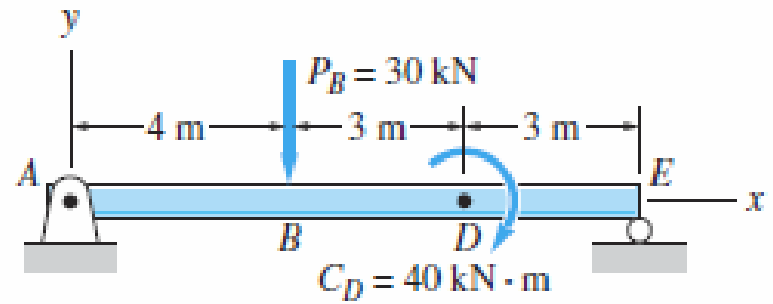
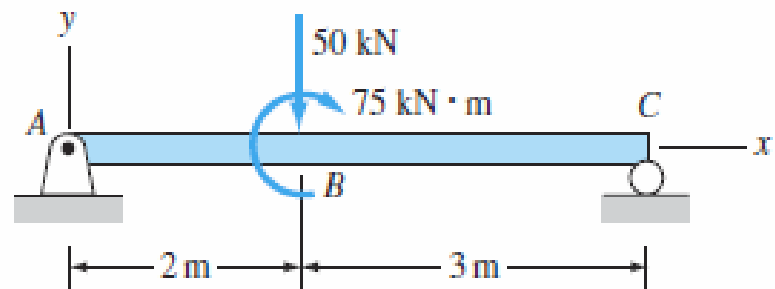
$$\sum F_x = 0: \quad A_x + B = 0$$

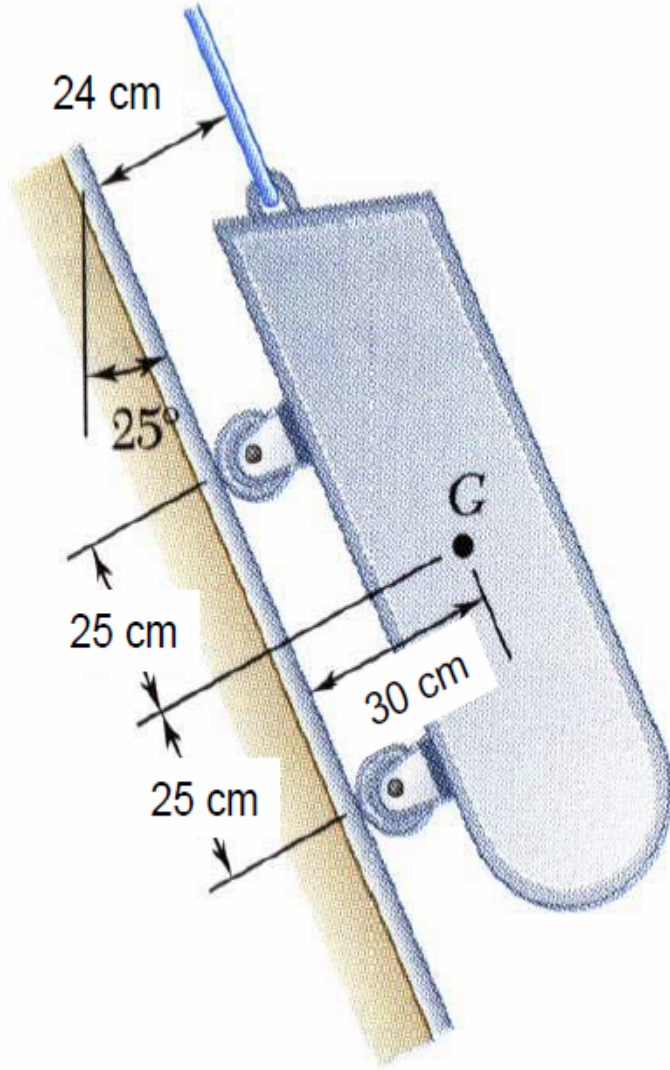
$$A_x = -107.1\text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0: \quad A_y - 9.81\text{ kN} - 23.5\text{ kN} = 0$$

$$A_y = +33.3\text{ kN}$$

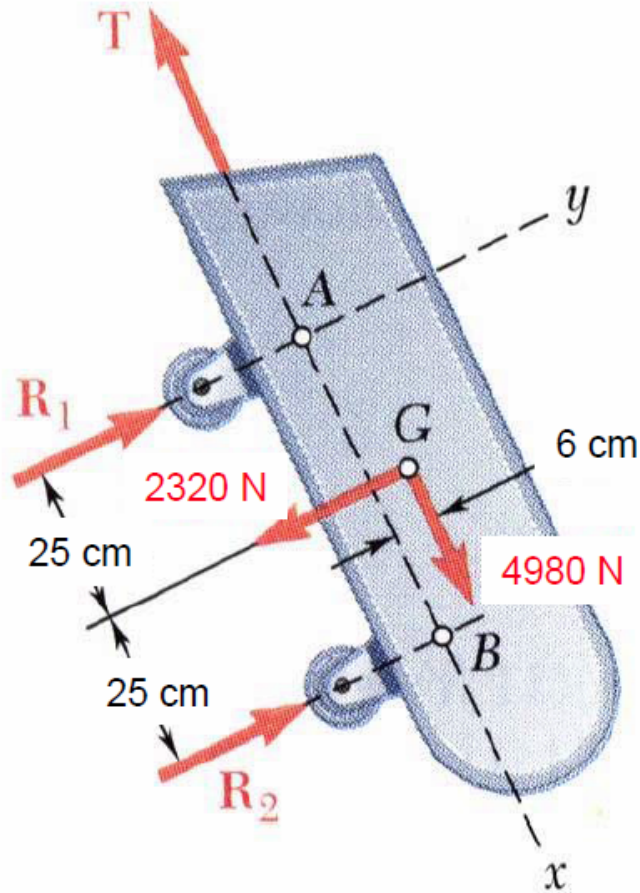
- Serbest Cisim Diyagramı





Bir yükleme vagonu ray üzerinde, bir halat yardımı ile, dengededir. Vagonun ağırlığı yüküyle birlikte 5500 N dur ve G noktasına uygulanmaktadır.

Halattaki kuvveti ve her tekerlekteki tepki kuvvetini bulunuz.



$$\begin{aligned}
 W_x &= +(5500 \text{ N})\cos 25^\circ \\
 &= +4980 \text{ N} \\
 W_y &= -(5500 \text{ N})\sin 25^\circ \\
 &= -2320 \text{ N}
 \end{aligned}$$

- Tekerleklerdeki tepki kuvvetleri:

$$\begin{aligned}
 \sum M_A = 0: & -(2320 \text{ N})25\text{cm} - (4980 \text{ N})6\text{cm} \\
 & + R_2(50\text{cm}) = 0
 \end{aligned}$$

$$R_2 = 1758 \text{ N}$$

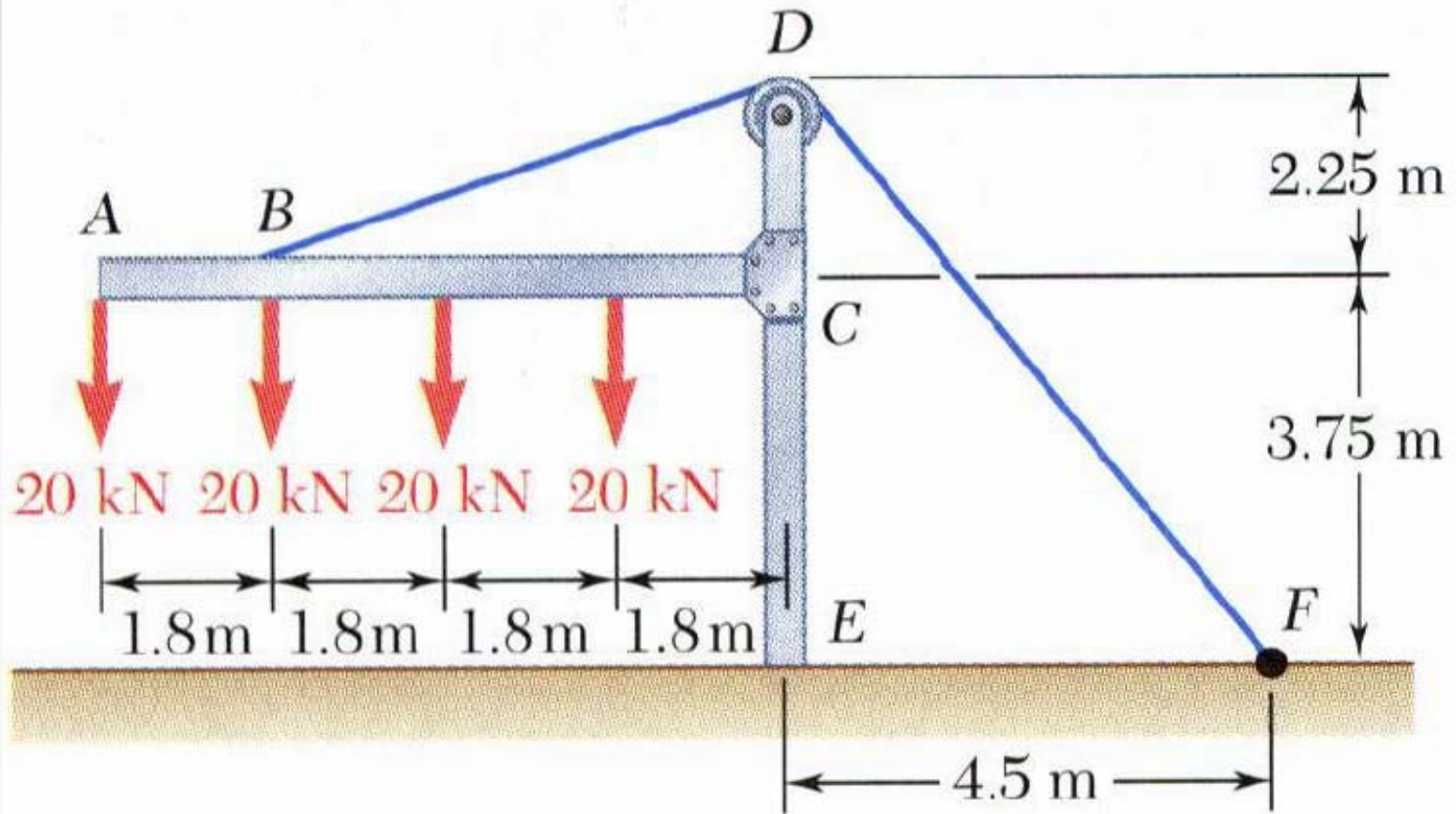
$$\begin{aligned}
 \sum M_B = 0: & +(2320 \text{ N})25\text{cm} - (4980 \text{ N})6\text{cm} \\
 & - R_1(50\text{cm}) = 0
 \end{aligned}$$

$$R_1 = 562 \text{ N}$$

- Halattaki kuvvet:

$$\sum F_x = 0: +4980 \text{ N} - T = 0$$

$$T = +4980 \text{ N}$$



Şekildeki yükleme elemanındaki kablodaki kuvvet 150 kN dur.

E noktasındaki tepki kuvvetini bulunuz.

- 3 denge denklemi kullanılarak tepki kuvvetleri bulunabilir.

$$\sum F_x = 0: E_x + \frac{4.5}{7.5}(150 \text{ kN}) = 0$$

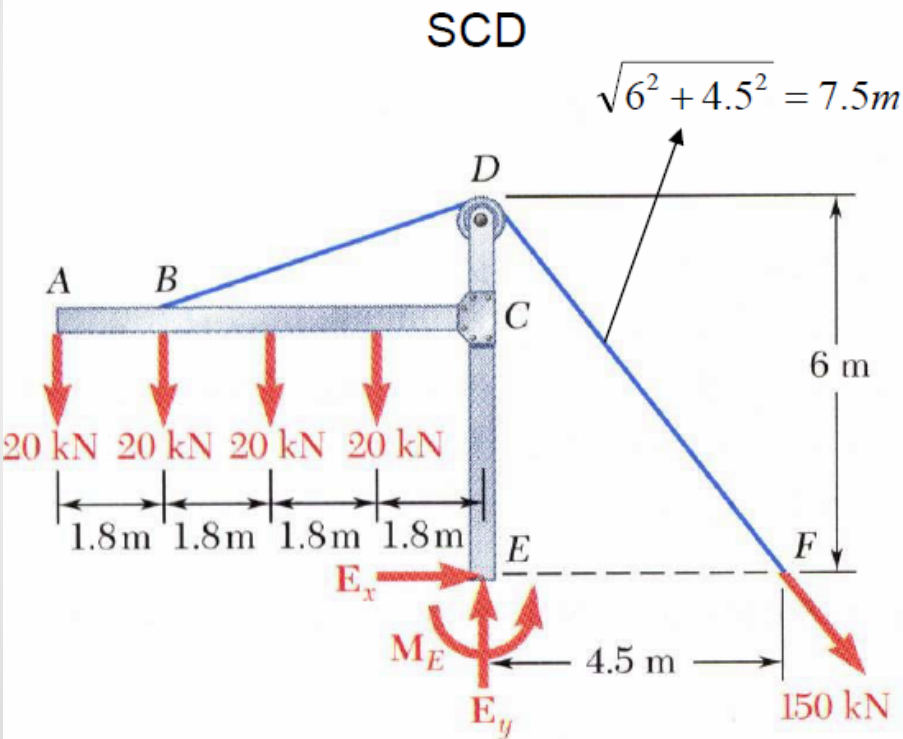
$$E_x = -90.0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0: E_y - 4(20 \text{ kN}) - \frac{6}{7.5}(150 \text{ kN}) = 0$$

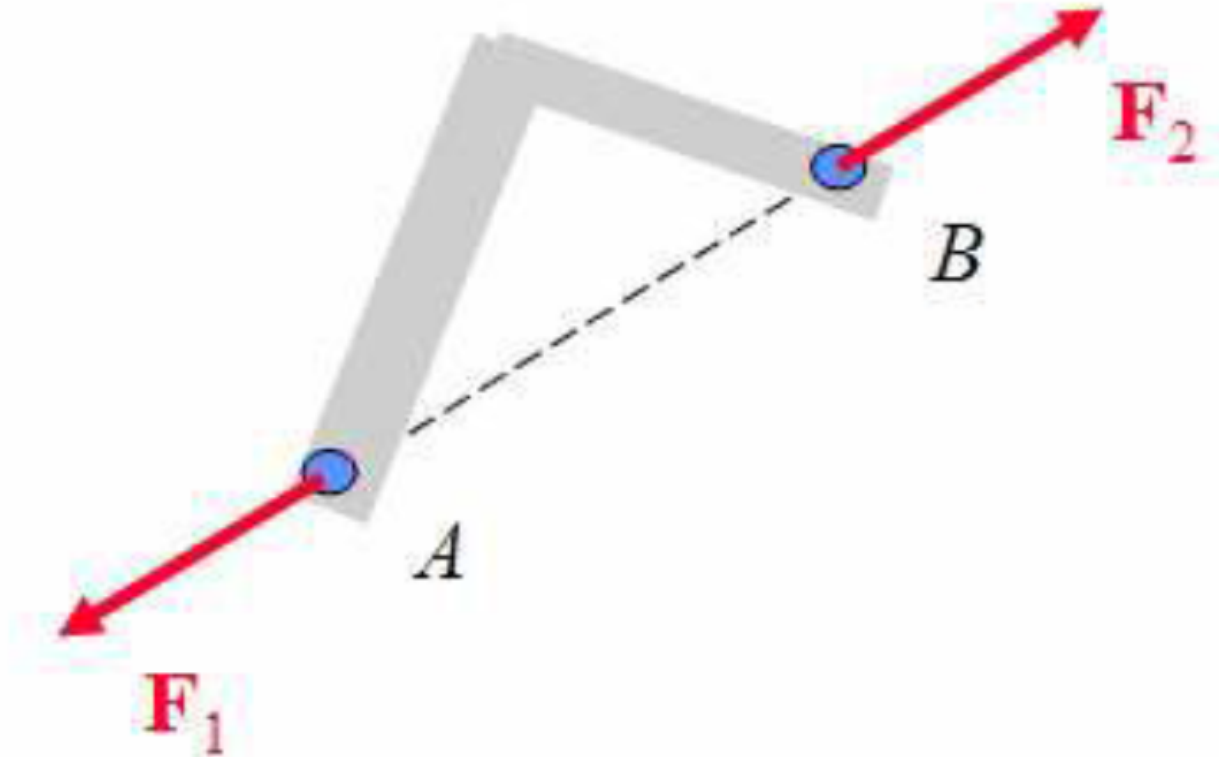
$$E_y = +200 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \sum M_E = 0: & +20 \text{ kN}(7.2 \text{ m}) + 20 \text{ kN}(5.4 \text{ m}) \\ & + 20 \text{ kN}(3.6 \text{ m}) + 20 \text{ kN}(1.8 \text{ m}) \\ & - \frac{6}{7.5}(150 \text{ kN})4.5 \text{ m} + M_E = 0 \end{aligned}$$

$$M_E = 180.0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



Çift kuvvet elemanı

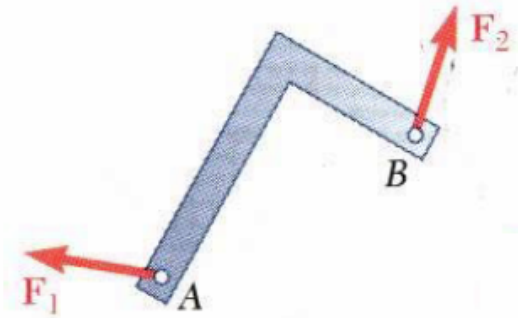


Rijit cisim dengesinin iki durumuna özel dikkat gösterilmelidir.

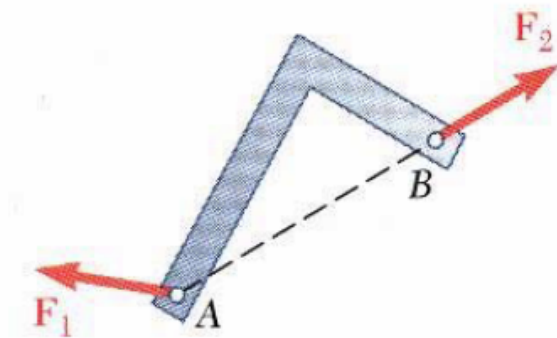
İki-kuvvet elemanı sadece iki noktasında kuvvetlere maruz kalan bir rijit cisimdir.

Bu kuvvetlerin F_1 ve F_2 bileşkeleri aynı büyüklüğe ve aynı etki çizgisine sahip olmalı ama ters yönlü olmalıdır.

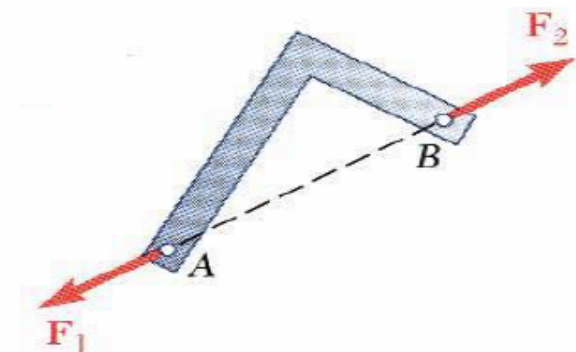
İki Kuvvet Etkisi Altında Statik Denge



- F_1 ve F_2 gibi iki kuvvet etkisi altında bir plaka düşünelim.

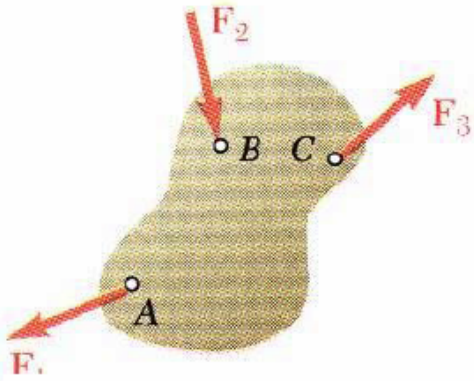


- Statik denge için, A noktasına göre toplam momentin sıfır olması gerekir. F_2 kuvvetinin momenti sıfır olmalıdır. Bunun için F_2 kuvvetinin tesir çizgisi A noktasından geçmelidir.

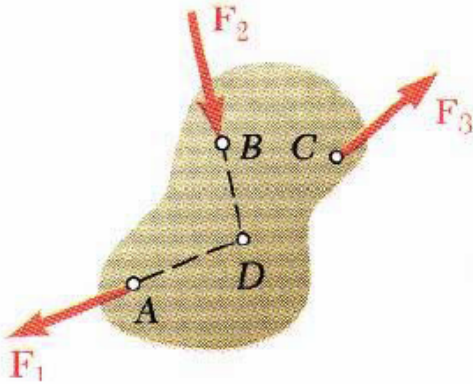


- Benzer olarak F_1 kuvvetinin tesir çizgisi B noktasından geçmelidir.
- Kuvvet denge denklemi kullanılırsa, F_1 ve F_2 nin eşit şiddetli ve zıt yönlü olması gerektiği bulunur.

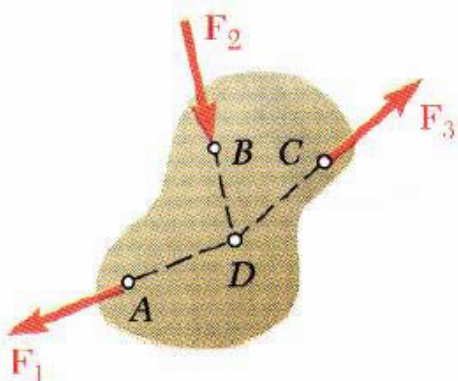
Üç Kuvvet Etkisi Altında Statik Denge



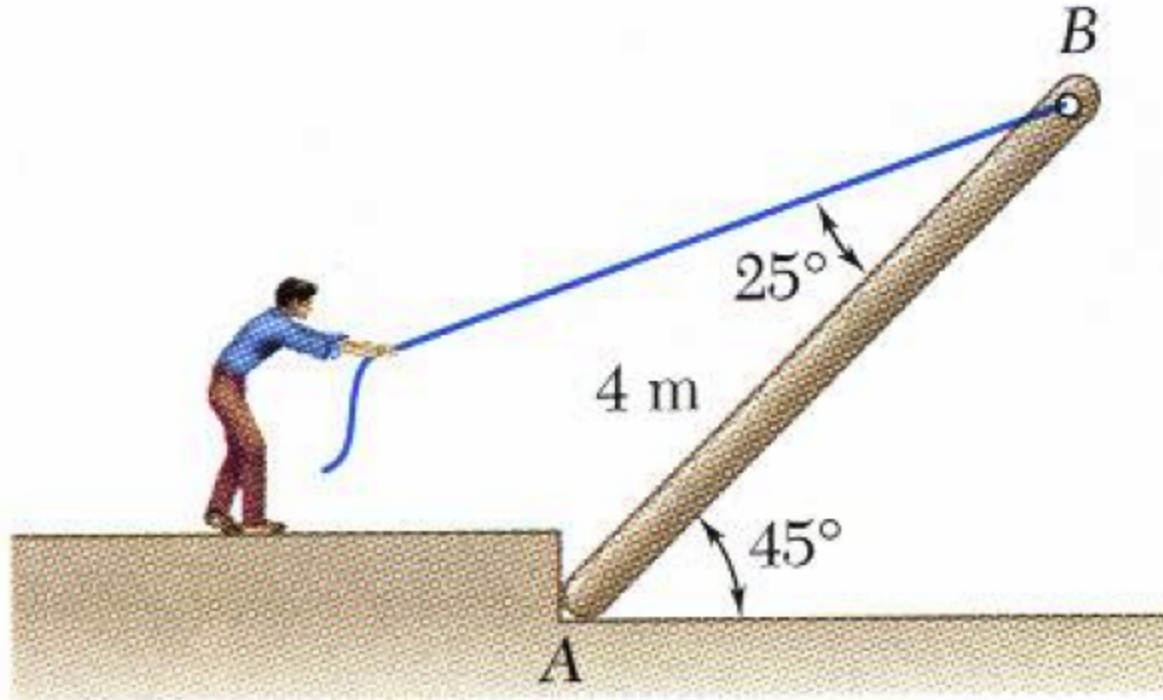
- Rijit cisime 3 kuvvet etki ettiğini düşünelim



- İki kuvvetin, F_1 ve F_2 , kesiştiği nokta D olsun.



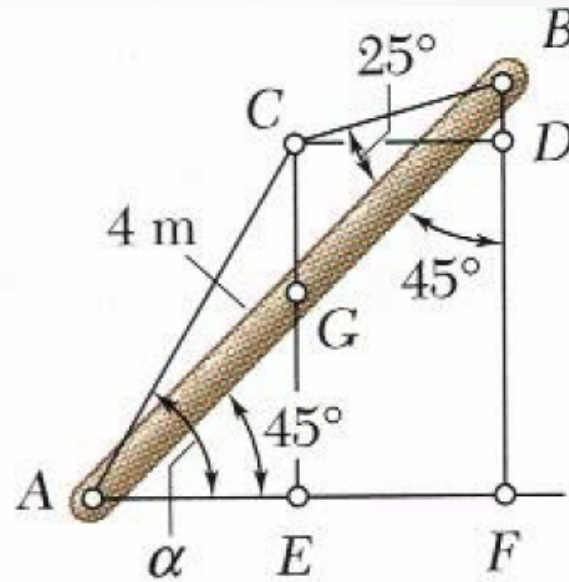
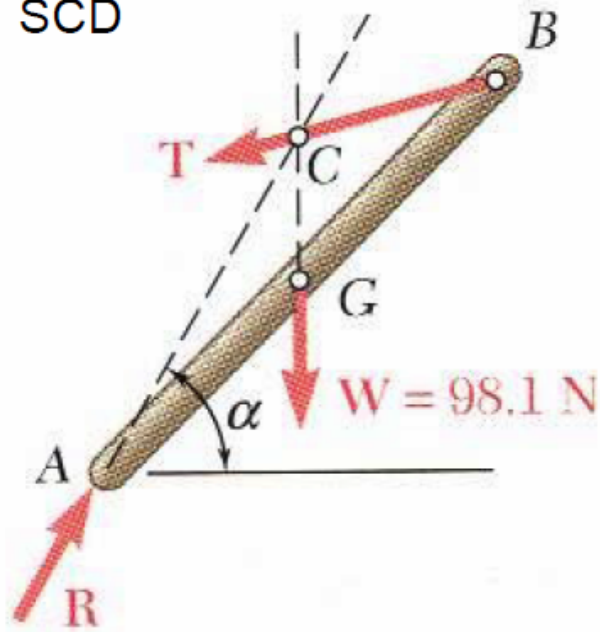
- Rijit cisim denge denklemi nedeniyle D noktasına göre toplam momentin sıfır olması gerekir. Bunun için F_3 kuvvetinin tesir çizgisinin D noktasından geçmesi gerekir.



Bir adam 10 kg'lık 4 m uzunluğundaki kirişi bir halat ile kaldırmaktadır.

Halattaki kuvveti ve A noktasındaki tepki kuvvetini bulunuz.

SCD



$$\tan \alpha = \frac{CE}{AE}$$

- A noktasındaki tepki kuvveti $\mathbf{R}$ nin yönü:

$$AF = AB \cos 45 = (4 \text{ m}) \cos 45 = 2.828 \text{ m} = BF$$

$$CD = AE = \frac{1}{2} AF = 1.414 \text{ m}$$

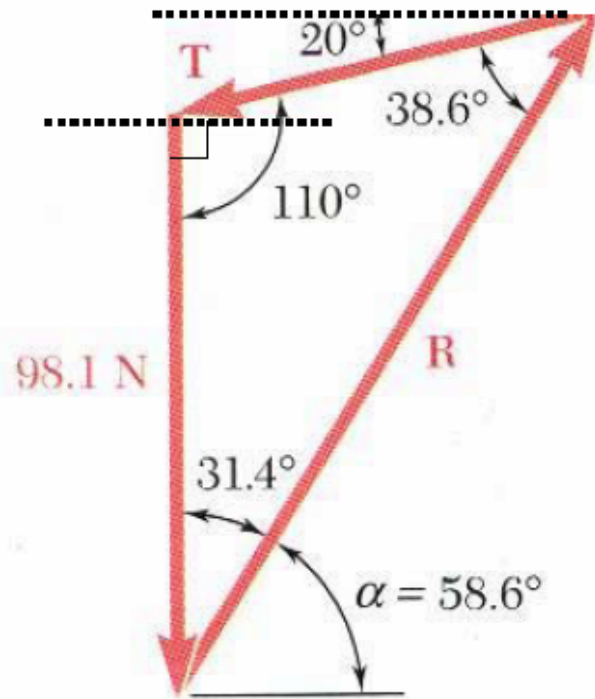
$$BD = CD \tan(90 - (45 + 20)) = (1.414 \text{ m}) \tan 20 = 0.515 \text{ m}$$

$$CE = BF - BD = (2.828 - 0.515) \text{ m} = 2.313 \text{ m}$$

$$\tan \alpha = \frac{CE}{AE} = \frac{2.313}{1.414} = 1.636$$

$$\alpha = 58.6^\circ$$

- A noktasındaki tepki kuvveti R nin şiddeti:



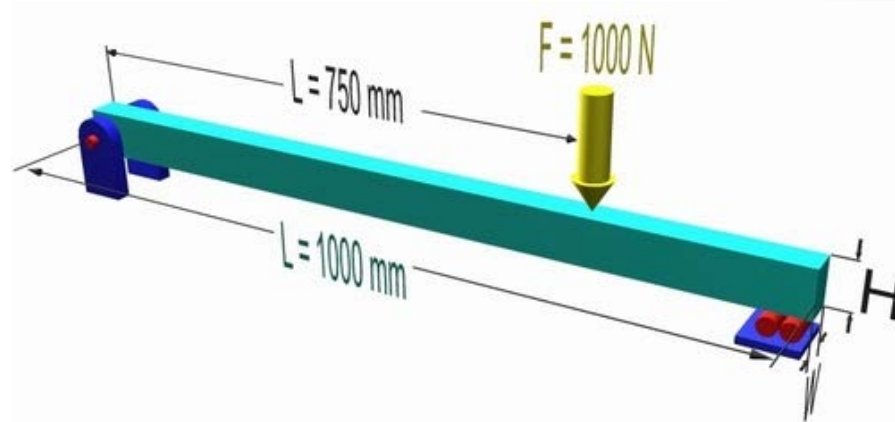
$$\frac{T}{\sin 31.4^\circ} = \frac{R}{\sin 110^\circ} = \frac{98.1 \text{ N}}{\sin 38.6^\circ}$$

$$T = 81.9 \text{ N}$$

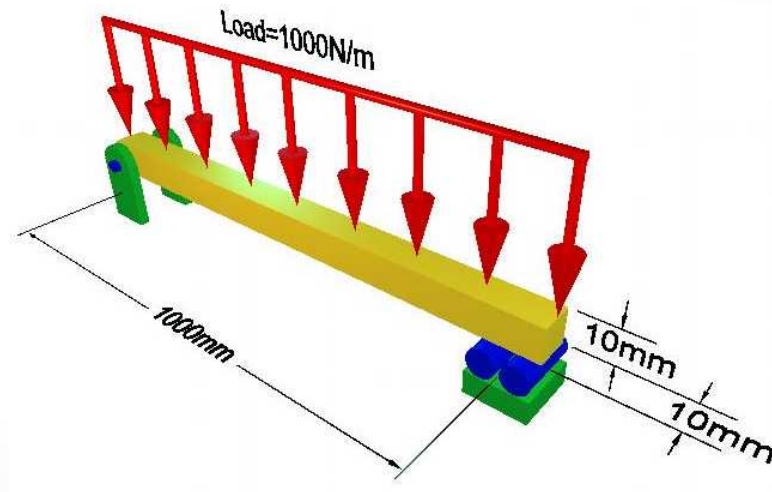
$$R = 147.8 \text{ N}$$

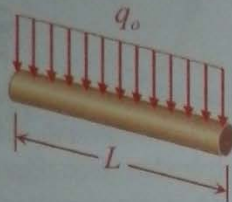
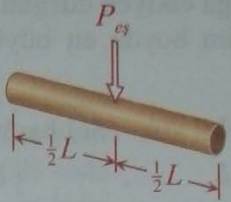
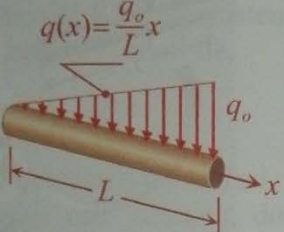
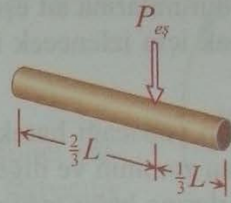
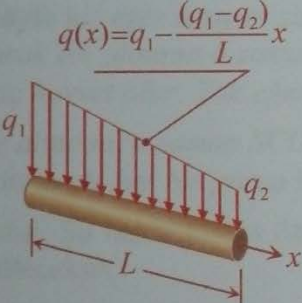
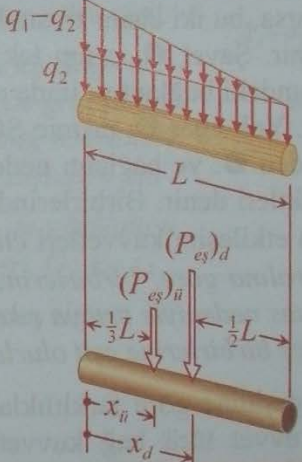
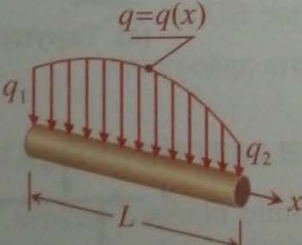
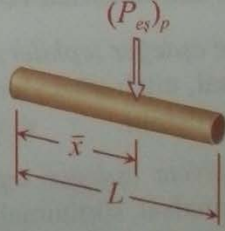
Düzlem Taşıyıcı Sistemlerde Yükleme Durumları

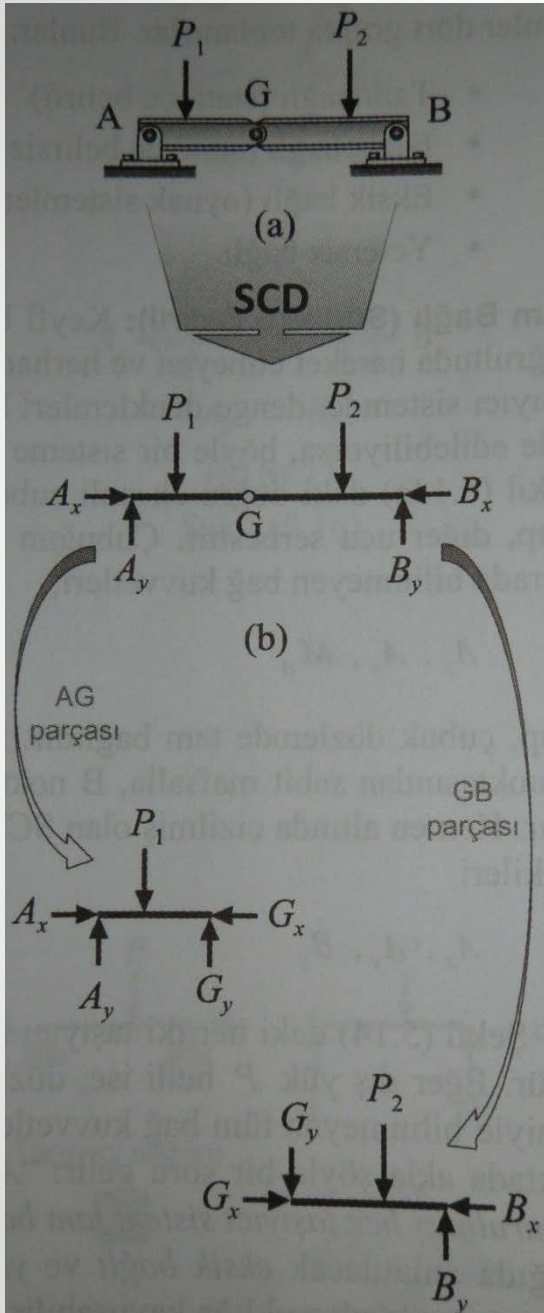
- Tekil Kuvvetler



- Yayılı Kuvvetler



	Yayılı yükler	SCD ve eşdeğer tekil yükün etki noktası	Eşdeğer tekil yükün şiddeti
Düzgün yayılı			$P_{es} = q_o L$
Üçgen yayılı	 $q _{x=0} = 0$ $q _{x=L} = q_o$		$P_{es} = \frac{1}{2} q_o L$
Yamuk yayılı	 $q _{x=0} = q_1$ $q _{x=L} = q_2$		$(P_{es})_d = q_2 L$ $(P_{es})_{\bar{u}} = \frac{1}{2} (q_1 - q_2) L$ $x_d = \frac{1}{2} L$ $x_{\bar{u}} = \frac{1}{3} L$
Parabolik yayılı	 $q _{x=0} = q_1$ $q _{x=L} = q_2$		$(P_{es})_p = \int_0^L q(x) dx$ $\bar{x} = \frac{\int_0^L q(x) x dx}{(P_{es})_p}$



- Bazı sistemler 2 ya da daha fazla parçanın birleştirilmesi sonucu oluşur.

Taşıyıcı sislemleri bağ durumlarına göre 4 grupta toplarız.

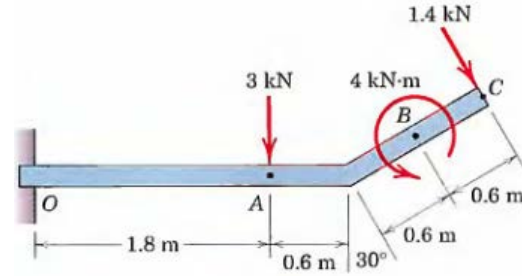
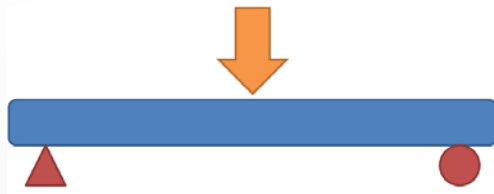
- Tam Bağlı (Statikçe Belirli, izostatik)
- Fazla Bağlı (Statikçe Belirsiz, hiperstatik)
- Eksik Bağlı (oynak sistemler)
- Yetersiz bağlı

Taşıyıcı Sistemin Mesnetlenmesi

- Tam Bağlı (Statikçe Belirli, izostatik)

Dış etkiler sonucu oluşan mesnet tepkisi, kesit zoru, şekil değiştirme ve yer değiştirme denge denklemleri ile hesaplanabilen sistemlerdir.

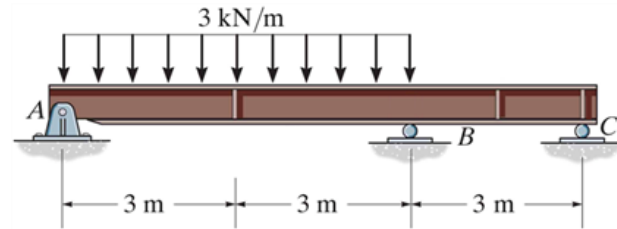
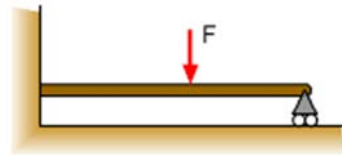
Bilinmeyen sayısı ve denklem sayısı eşittir. Basit kirişler bu tip sistemlere örnek olarak gösterilebilir.



Taşıyıcı Sistemin Mesnetlenmesi

- Fazla Bağlı (Statikçe Belirsiz, hiperstatik)

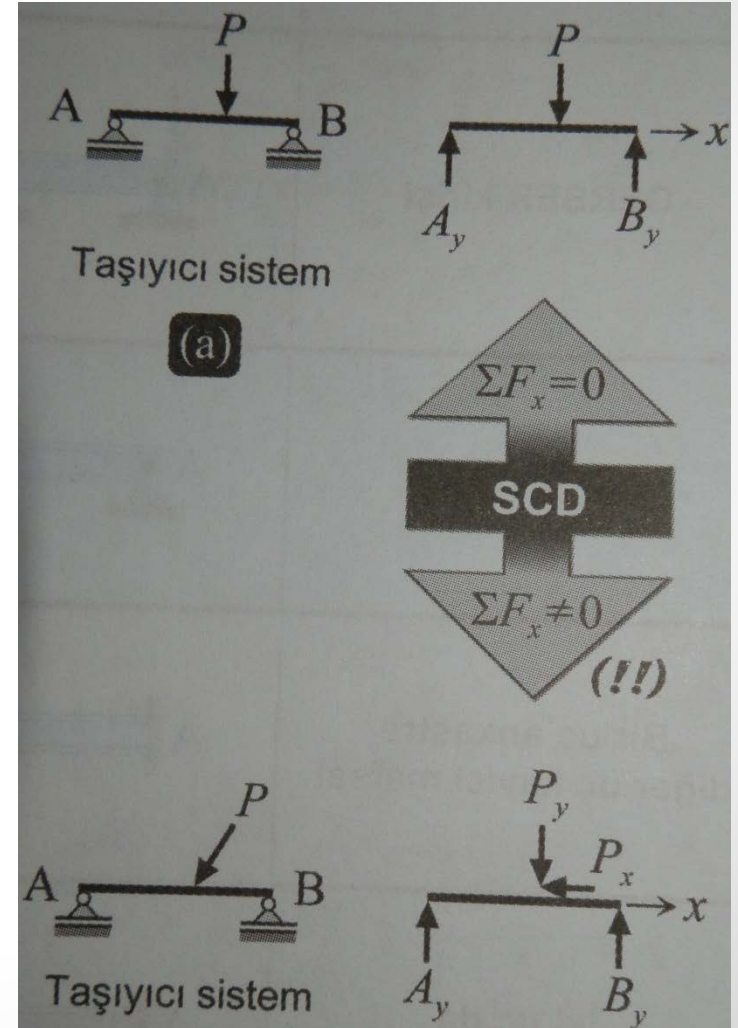
Bütün kesit zorlarını ve bunlara bağlı olarak şekil değiştirmelerin ve yer değiştirmelerin hesabı için denge denklemlerinin yeterli olmadığı sistemlere Hiperstatik Sistemler denir.



Taşıyıcı Sistemin Mesnetlenmesi

- Eksik Bağlı (oynak sistemler)

Bağ kuvvetleri sayısı, denge denklemleri sayısından az olan cisimlerdir. Bunlar ender olarak bazı özel durumlarda dengede kalabilirler.

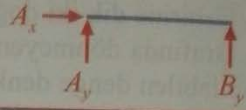
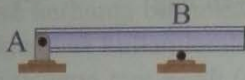
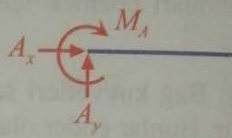
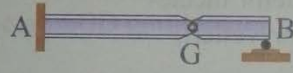
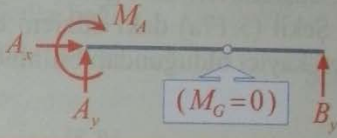
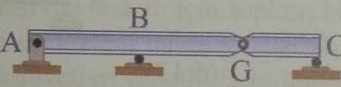
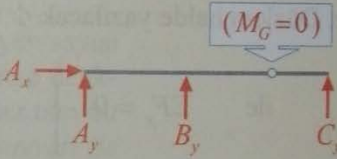
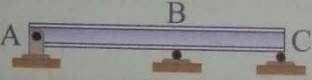
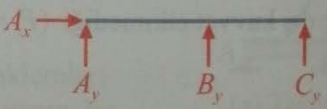
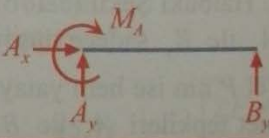
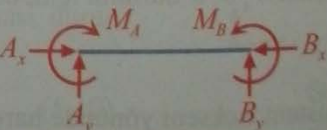


Taşıyıcı Sistemin Mesnetlenmesi

- Yetersiz bağlı

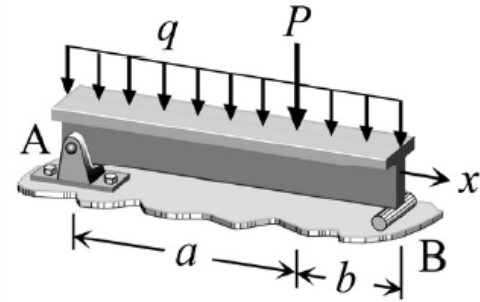
Bilinmeyen bağ sayısı ile denge denklemlerinin sayısı birbirine eşit olmasına rağmen mesnet koşulları uygun bir şekilde seçilmemiş taşıyıcı sistemler olabilir.



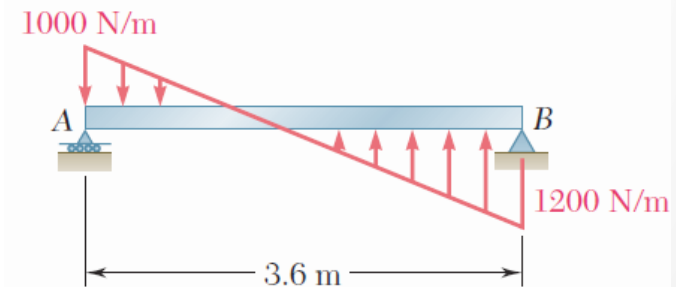
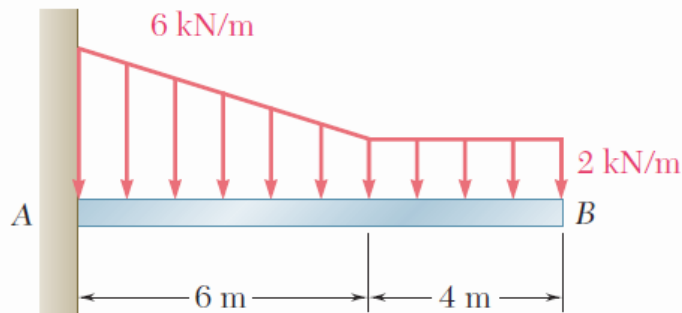
İsmi	Taşıyıcı Sistem	SCD
Basit kiriş		
Çıkmalı kiriş		
Konsol kiriş		
GERBER kirişi		
GERBER kirişi		
Sürekli kiriş		
Bir uç ankastre diğer uç kayıcı mafsalsal		
İki uç da ankastre		

Örnek Soru

Şekil (P_{7.1}) deki basit mesnetli kirişte kesit tesir fonksiyonlarını hesaplayınız. $q = 2 \text{ kN/m}$, $P = 21 \text{ kN}$, $a = 2 \text{ m}$, $b = 1 \text{ m}$.

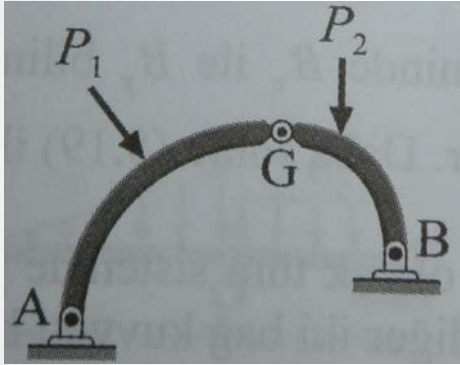


$$\begin{aligned}
 \rightarrow \quad \Sigma F_x &= 0 \quad \Rightarrow \quad A_x = 0 \\
 +\curvearrowright \quad \Sigma M_A &= 0 \quad \Rightarrow \quad 3B_y - 1.5(3 \times 2) - 2 \times 21 = 0 \quad \Rightarrow \quad B_y = 17 \text{ kN} \uparrow \\
 +\uparrow \quad \Sigma F_y &= 0 \quad \Rightarrow \quad A_y + 17 - 3 \times 2 - 21 = 0 \quad \Rightarrow \quad A_y = 10 \text{ kN} \uparrow
 \end{aligned}$$

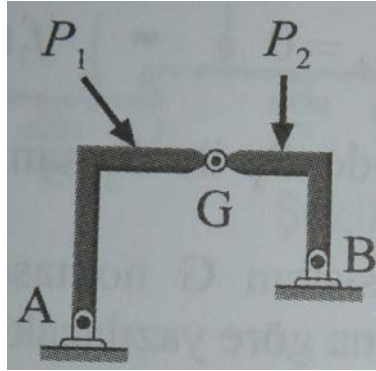


Çok Parçalı Sistemlere Giriş

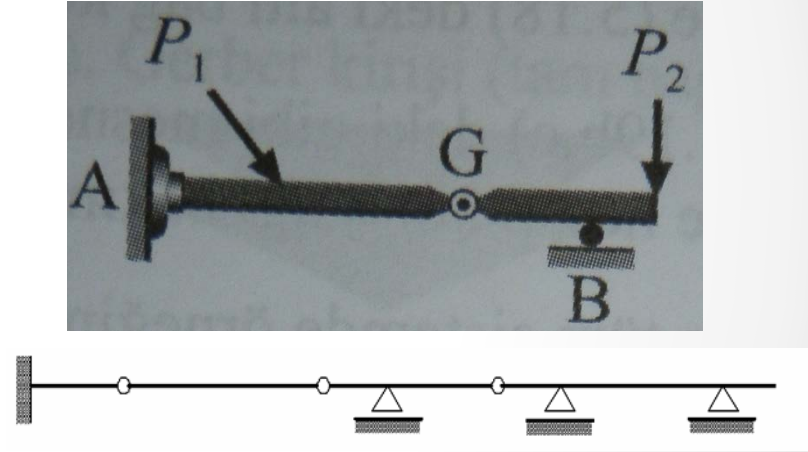
- Mühendislik uygulamalarında çok parçalı sistemler statikçe belirli ya da belirsiz olabilirler.



Kemer



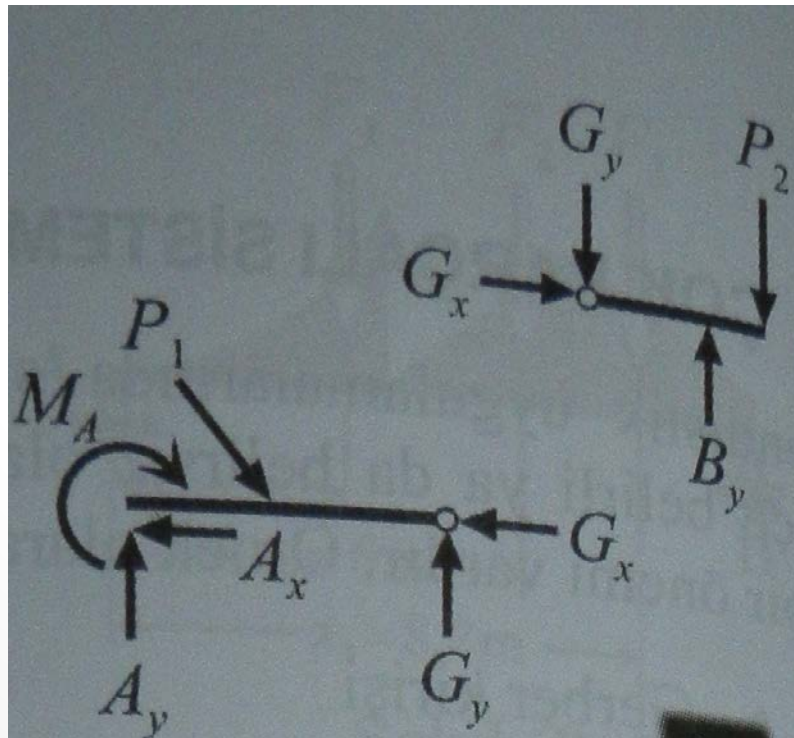
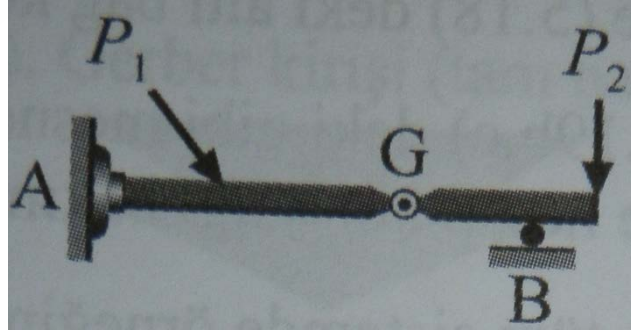
3 Mafsallı Çerçeve



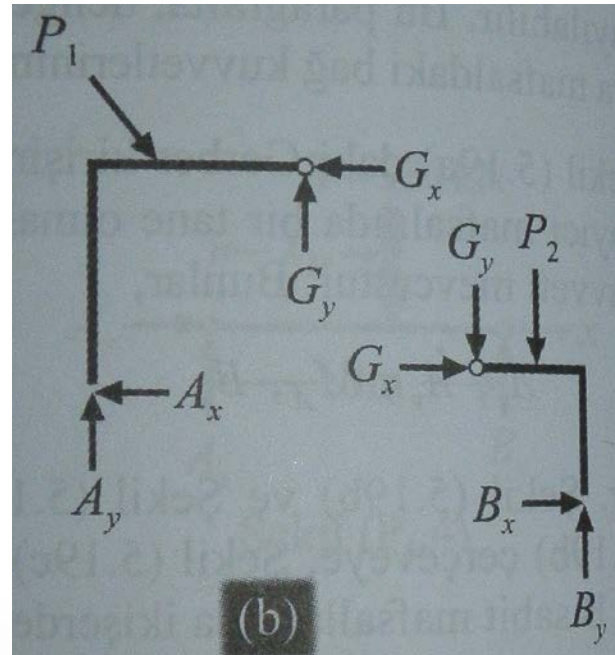
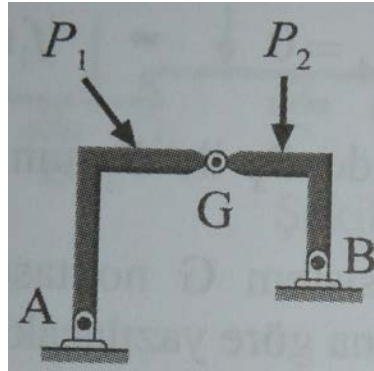
Gerber Kirişi

Sürekli (mütemadi) kirişlere hiperstatiklik derecesi kadar mafsallanmasıyla oluşan izostatik kirişlere gerber kirişler denir. Bu mafsallar, yaklaşık olarak mütemadi kiriş moment sıfır noktalarına konulmalıdır.

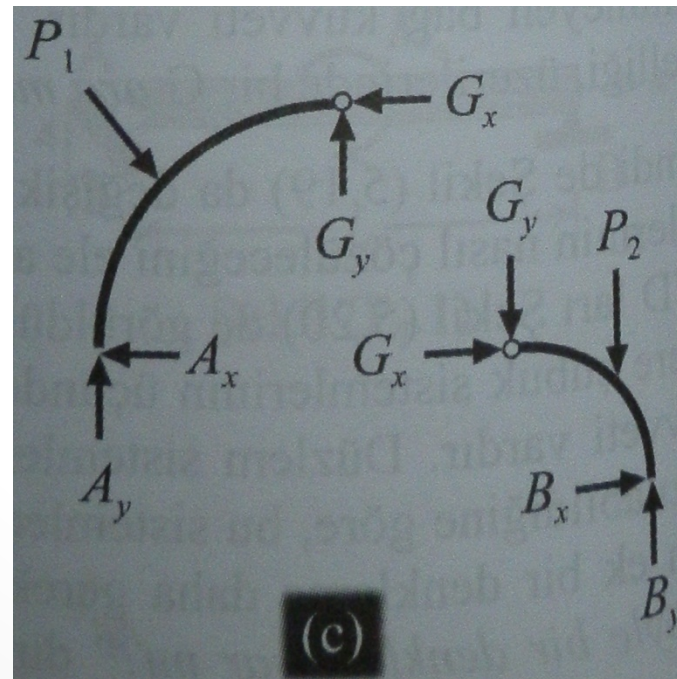
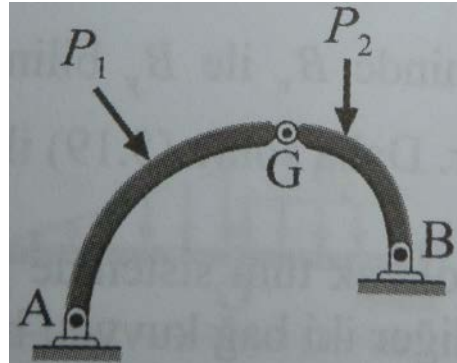
Gerber Kirişı

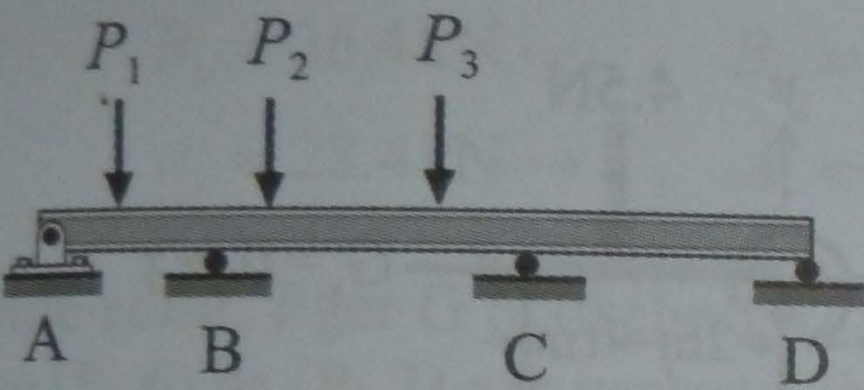


3 Mafsallı Çerçeve

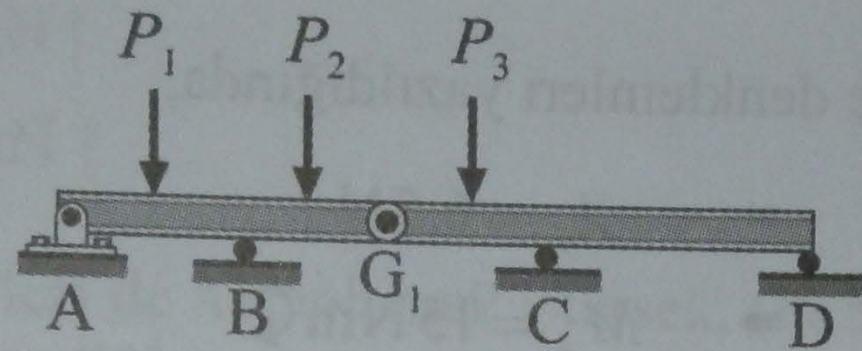


Kemer

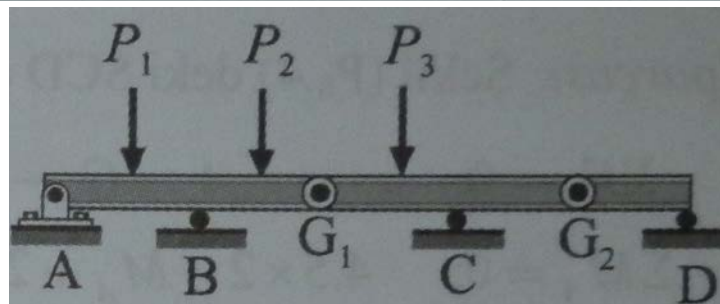




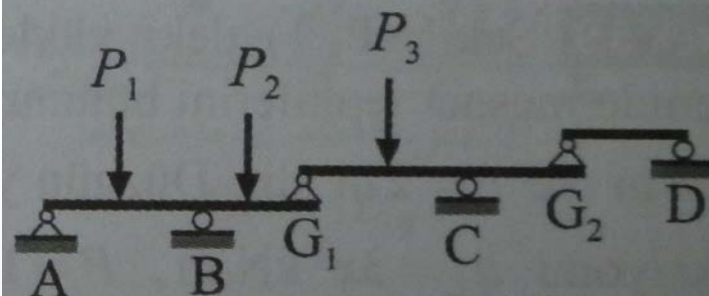
(a) 2° den fazla bağlı



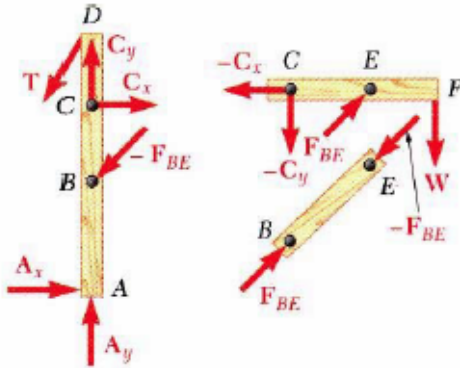
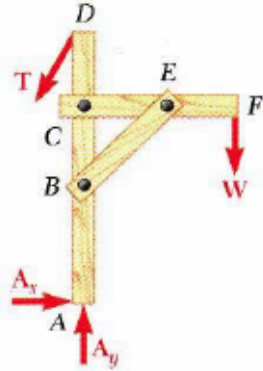
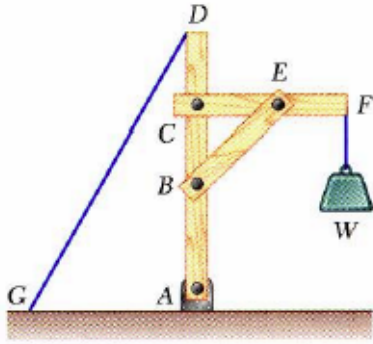
(b) 1° den fazla bağlı



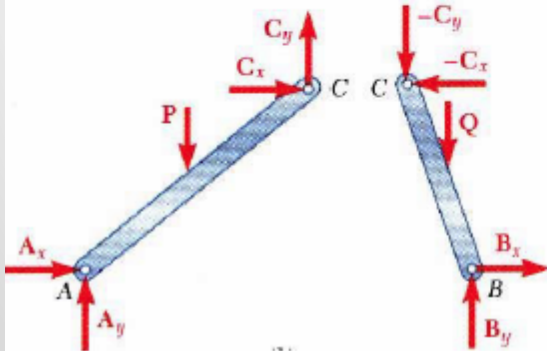
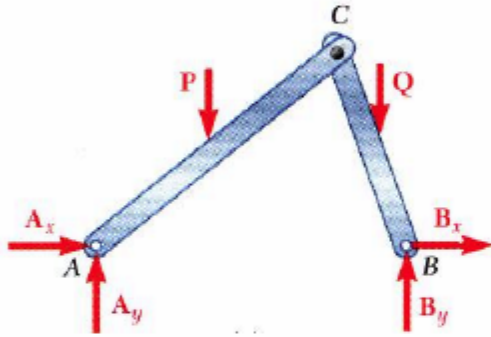
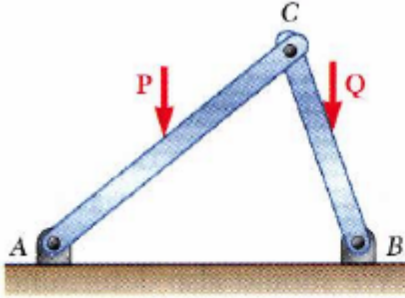
(c). Gerber kirişi (tam bağlı)



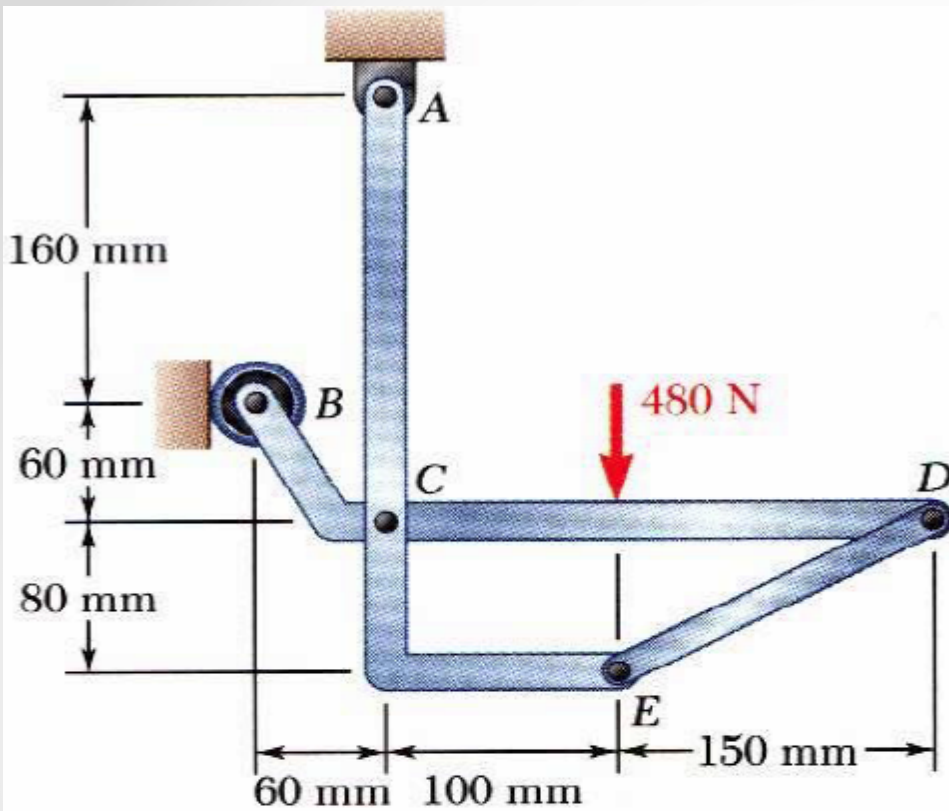
Yapıların Analizi



- Çerçeveler ve makinalar en azından bir tane çok kuvvetli eleman içeren yapılardır. Çerçeveler genellikle yüklemeleri desteklemek için kullanılır ve sabittirler. Makinalar hareketli parçalar içerirler ve kuvvet aktarımı veya dönüşümü için kullanılırlar.
- Tüm çerçevenin SCD çizilerek çerçeveye gelen dış kuvvetler bulunur.
- Çerçevenin her elemanı için ayrı ayrı SCD çizilir ve elemanlara gelen iç kuvvetler bulunur.
- İki kuvvet içeren elemanlarda kuvvetin tesir çizgisi biliniyor fakat şiddeti ve yönü bilinmiyor.
- Çok kuvvet içeren elemanlarda ise kuvvetlerin tesir çizgisi, yönü ve şiddeti bilinmiyor. Bu nedenle iki bileşenli kuvvet (eksen takımına göre yatay ve dikey) olarak gösterilirler.
- Birbirine bağlı olan elemanlarda temas noktalarındaki kuvvetler eş şiddetli fakat ters yönlüdürler.



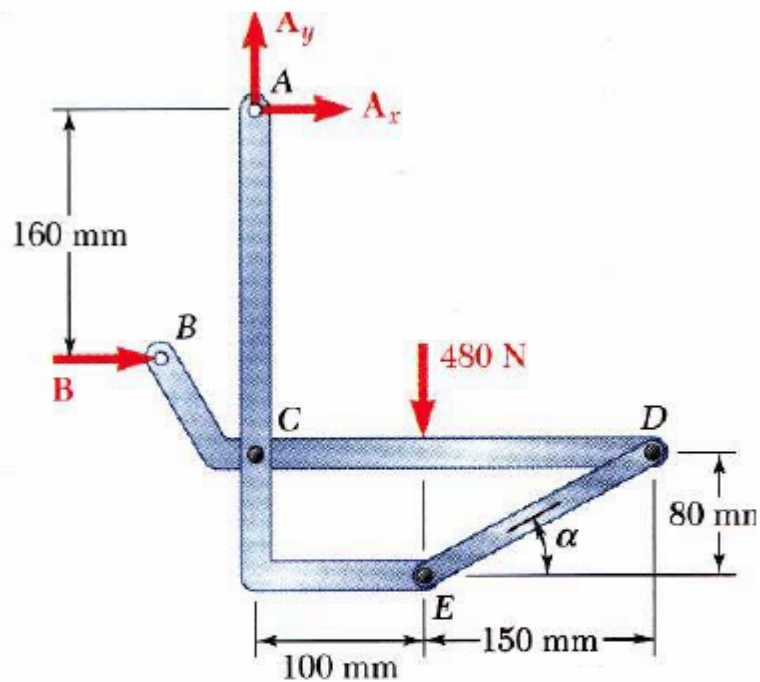
- Bazı yapılar mesnetlerinden ayrıldığında çökebilirler. Bu yapılar rijit olarak tanımlanamazlar.
- Tüm yapının SCD oluşturulduğunda 4 tane bilinmeyen tepki kuvvetine sahiptir ve 3 denge denklemi ile belirlenemezler.
- Bu nedenle yapı iki farklı fakat rijit cisim olarak düşünülebilir.
- Eş şiddetli fakat zıt yönlü olan tepki kuvvetleriyle birlikte 6 bilinmeyen kuvvet olacaktır. Bunun yanında denge denklemi sayısı da 6 olacaktır (her eleman için 3 denklem vardır).
- Böylece bilinmeyen kuvvetler bulunabilir.



Şekildeki çerçevede ACE ile BCD elemanları C noktasından bir pimle, ayrıca DE çubuğuyala bağlıdır. Verilen yüklemeye göre, DE çubuğundaki kuvveti ve C noktasında BCD elemanına gelen kuvvetin bileşenlerini hesaplayınız.

Çözüm:

- Tüm yapı için SCD çizilir ve bilinmeyen tepki kuvvetleri hesaplanır.
- BCD elemanı için SCD çizilir. DE çubuğundan gelen kuvvetin tesir çizgisi bellidir ama şiddet ve yönü belli değildir. Bunun için C noktasına göre moment denge denklemi kullanılabilir.
- DE çubuğundan gelen kuvvet bilinirse C noktasından BCD elemanına gelen kuvvet hesaplanabilir.
- ACE elemanı için SCD çizilirse yukarıda hesaplanan kuvvetlerin doğruluğu kontrol edilebilir.



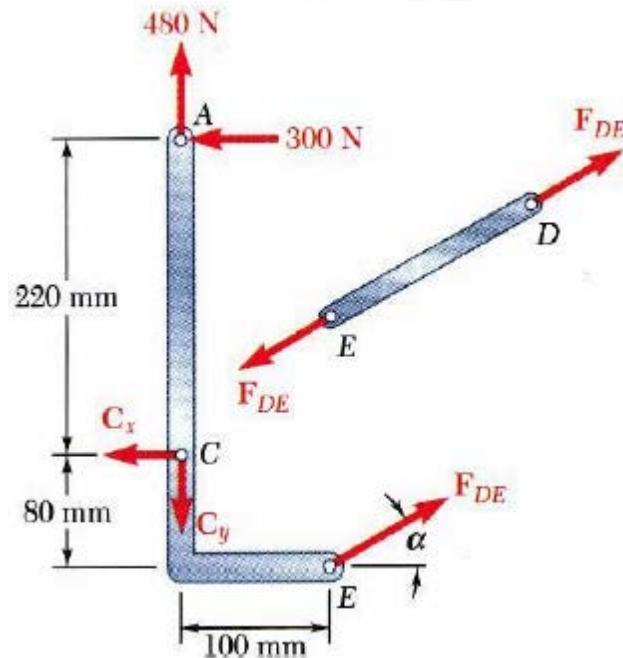
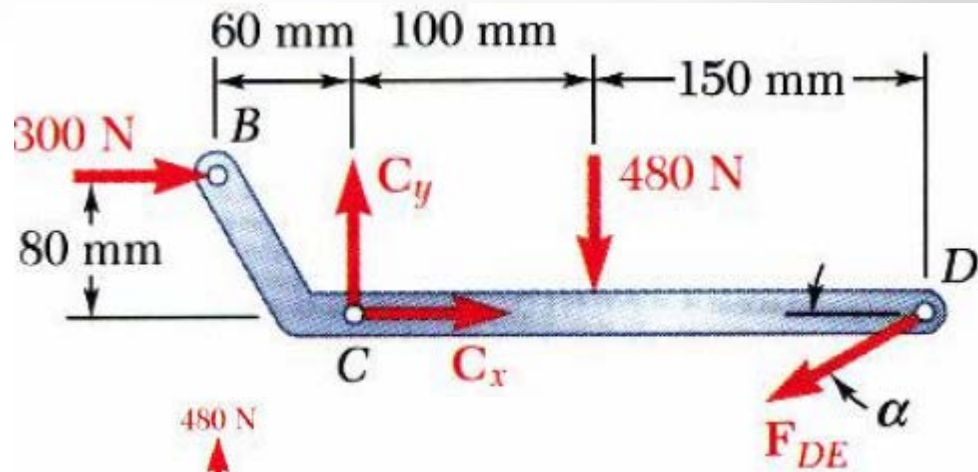
$$\alpha = \tan^{-1} \frac{80}{150} = 28.07^\circ$$

$$\sum F_y = 0 = A_y - 480 \text{ N} \quad \boxed{A_y = 480 \text{ N} \uparrow}$$

$$\sum M_A = 0 = -(480 \text{ N})(100 \text{ mm}) + B(160 \text{ mm})$$

$$\boxed{B = 300 \text{ N} \rightarrow}$$

$$\sum F_x = 0 = B + A_x \quad \boxed{A_x = -300 \text{ N} \leftarrow}$$



$$\sum M_C = 0 = (F_{DE} \sin \alpha)(250 \text{ mm}) + (300 \text{ N})(60 \text{ mm}) + (480 \text{ N})(100 \text{ mm})$$

$$F_{DE} = -561 \text{ N}$$

$$F_{DE} = 561 \text{ N } C$$

$$\sum F_x = 0 = C_x - F_{DE} \cos \alpha + 300 \text{ N}$$

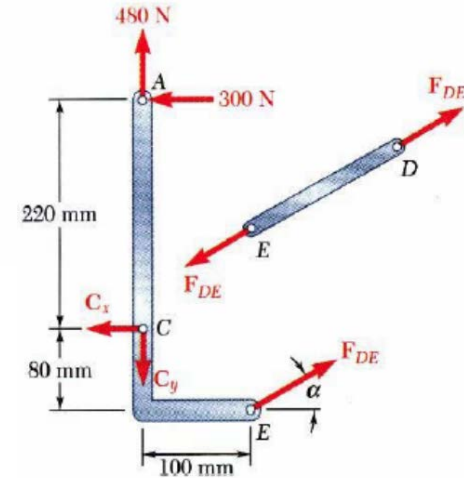
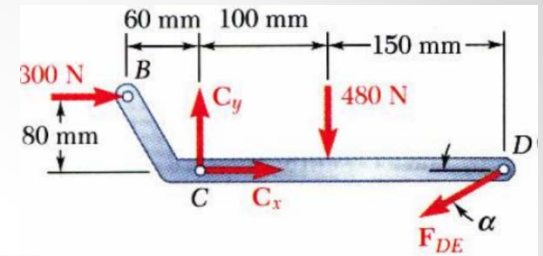
$$0 = C_x - (-561 \text{ N}) \cos \alpha + 300 \text{ N}$$

$$C_x = -795 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 = C_y - F_{DE} \sin \alpha - 480 \text{ N}$$

$$0 = C_y - (-561 \text{ N}) \sin \alpha - 480 \text{ N}$$

$$C_y = 216 \text{ N}$$

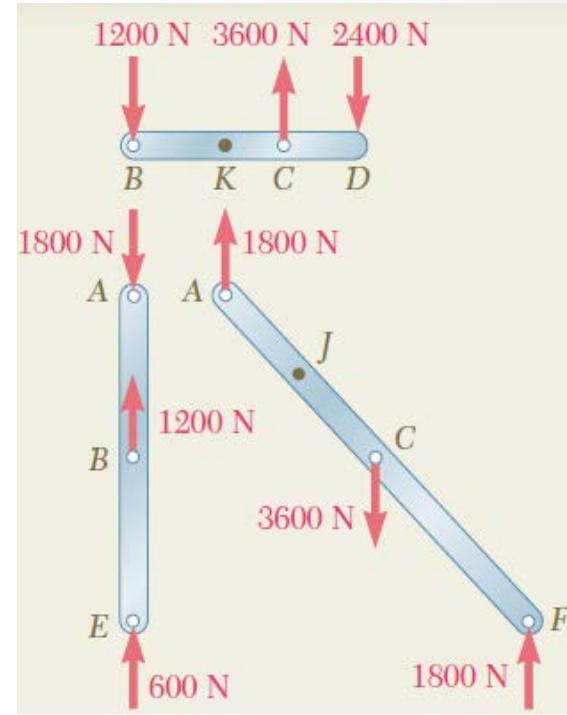
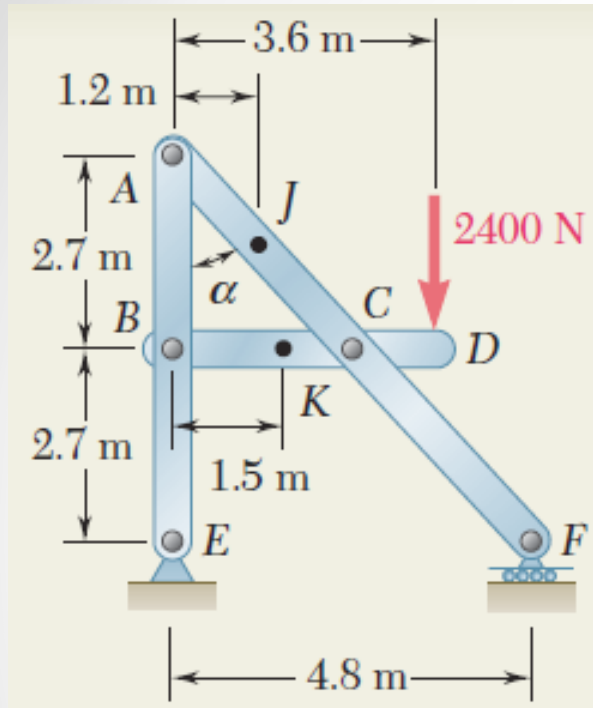


Karşılaştırma

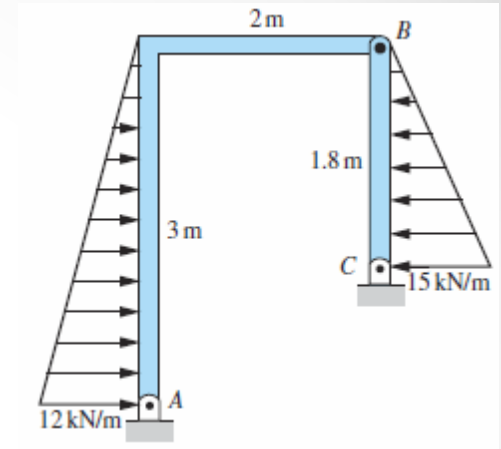
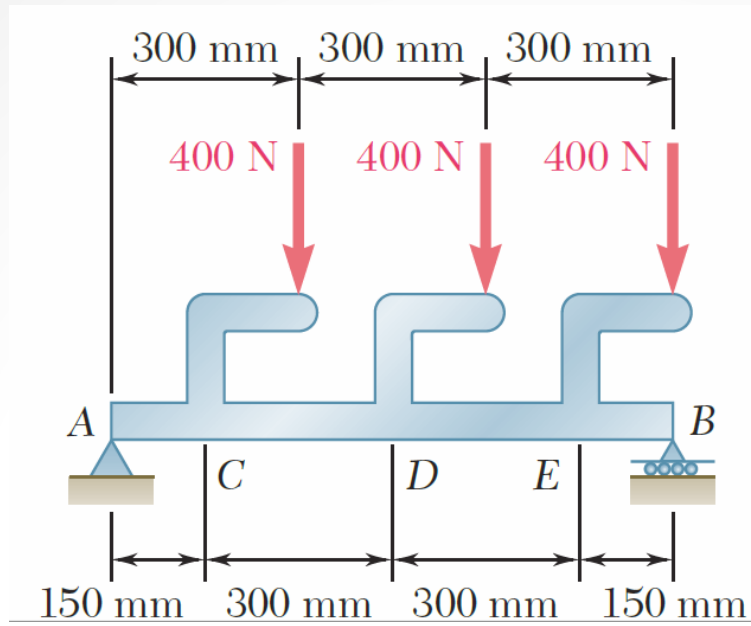
$$\sum M_A = (F_{DE} \cos \alpha)(300 \text{ mm}) + (F_{DE} \sin \alpha)(100 \text{ mm}) - C_x(220 \text{ mm})$$

$$= (-561 \cos \alpha)(300 \text{ mm}) + (-561 \sin \alpha)(100 \text{ mm}) - (-795)(220 \text{ mm}) = 0$$

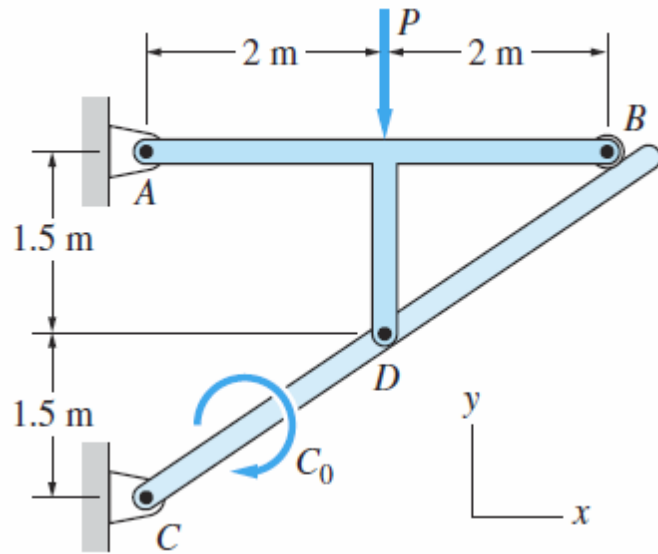
Örnek Soru



Örnek Soru



Örnek Soru



$$P = 1 \text{ N},$$

$$C_0 = 1 \text{ Nm}$$

