

AĞIRLIK MERKEZİ

Mekanik Statik



AĞIRLIK MERKEZİ

- Yayıllı kuvvetleri tek bir bileşke altında toplar ve bunları kuvvet merkezi dediğimiz tek bir noktaya indirgeriz.



Yoğunluk

Genellikle ρ ile gösterilen yoğunluk, kütlesi m , hacmi V bir cisimde,

$$\rho = \frac{m}{V}$$

SI birim sistemi içinde birimi $[\text{kg}/\text{m}^3]$ dür.

Özgül Ağırlık

Genellikle γ ile gösterilir

$$\gamma = \rho g$$

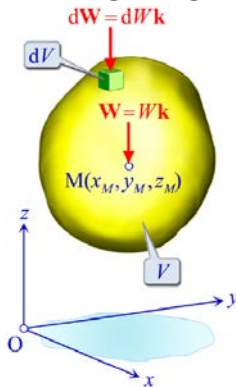
birim hacmin ağırlığıdır ve SI birim sistemi içinde birimi $[\text{N}/\text{m}^3]$ dür.

$$g = 9.81 \text{ m/sn}^2$$

Cismin Ağırlığı

Dünyanın bir cisme uyguladığı yer çekimi kuvvetine o cismin ağırlığı denir.

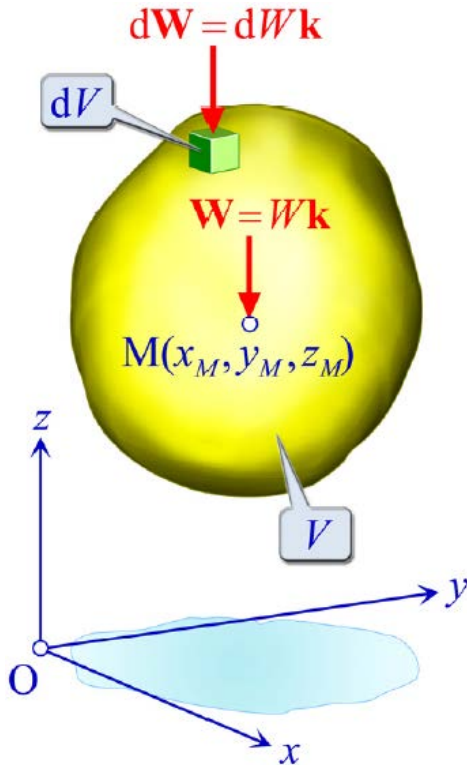
$$W = \int_V dW$$



AĞIRLIK MERKEZİ

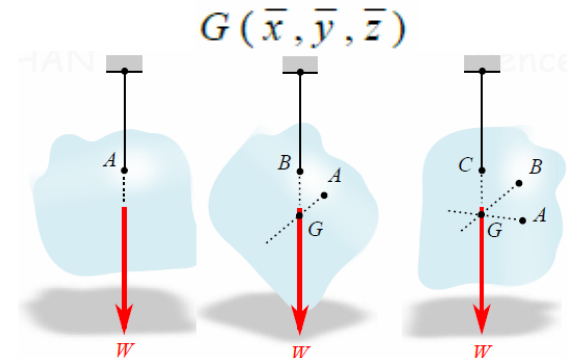
Ağırlık Merkezi

Ağırlık kuvveti $\mathbf{W}$ nin cisim içindeki etki noktası M ye verilen addır ve bu noktanın koordinatları burada (x_M, y_M, z_M) biçiminde tanımlanacaktır.



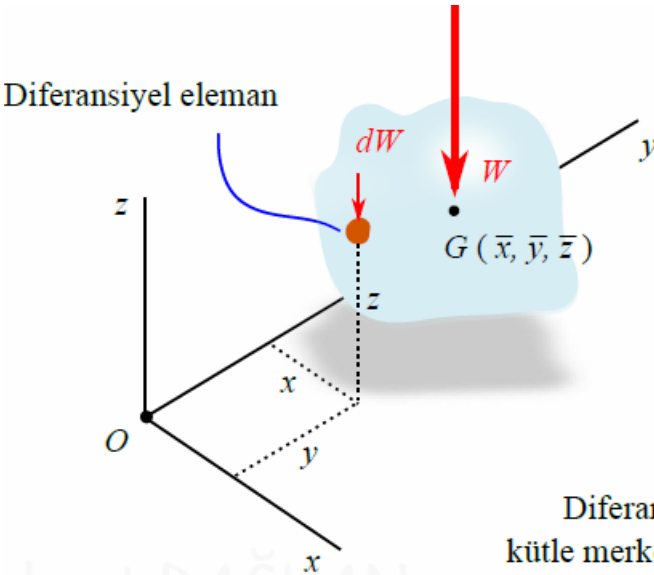
Statik dersinde kuvvet vektörünün bir tesir çizgisi vardır. Bileşke ağırlık kuvvetinin de bir tesir çizgisi vardır ve nereden geçtiği bilinmelidir. Bir cisim herhangi bir noktasından tavana bir iple asılarak ağırlık kuvvetinin tesir çizgisi bulunabilir. Çünkü ağırlık kuvvetinin tesir çizgisi daima ip ile çakışıktır. Farklı noktalardan asarak elde edilen farklı tesir çizgilerinin hepsinin aynı bir noktada kesiştiği görülür. İşte bu noktaya **kütle merkezi** veya **ağırlık merkezi** denir.

Kütle merkezini G ile göstereceğiz.



AĞIRLIK MERKEZİ

Kütle merkezinin yerini hesap yaparak bulmak



$$W = \int dW$$

y-eksenine göre moment alarak:

$$\bar{x} W = \int x dW \rightarrow \bar{x} = \frac{\int x dW}{W}$$

Benzer şekilde:

$$\bar{y} = \frac{\int y dW}{W}$$

$$\bar{z} = \frac{\int z dW}{W}$$

$$W = g m$$

$$dW = g dm$$

$$\bar{x} = \frac{\int x dm}{m}$$

$$\bar{y} = \frac{\int y dm}{m}$$

$$\bar{z} = \frac{\int z dm}{m}$$

$\underbrace{x \ y \ z}_{\text{Diferansiyel elemanın kütle merkezinin koordinatları}}$

$$dm = \rho dV$$



$$\bar{x} = \frac{\int x \rho dV}{\int \rho dV} \quad \bar{y} = \frac{\int y \rho dV}{\int \rho dV} \quad \bar{z} = \frac{\int z \rho dV}{\int \rho dV}$$

ρ : Yoğunluk, birim hacmin kütlesi

$\rho = \text{sb.}$ Homojen cisim

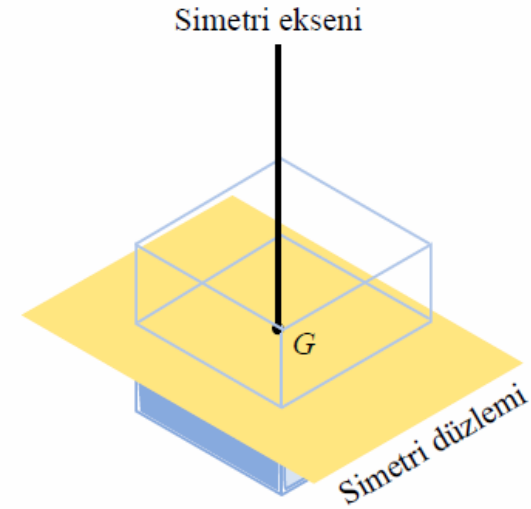
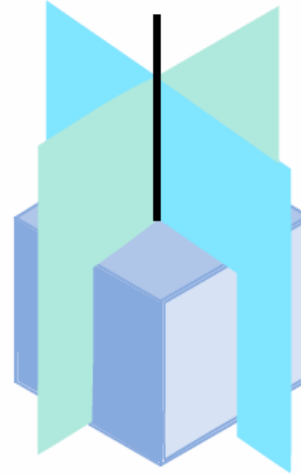
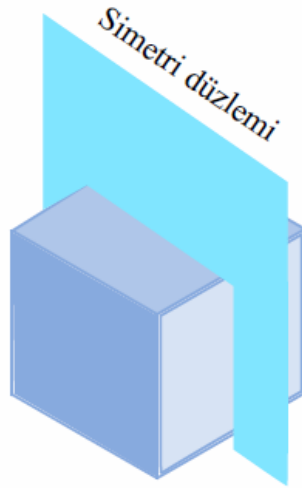
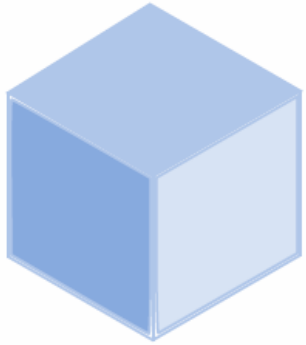
$$\bar{x} = \frac{\int x dV}{V} \quad \bar{y} = \frac{\int y dV}{V} \quad \bar{z} = \frac{\int z dV}{V}$$

AĞIRLIK MERKEZİ

Homojen bir cismin kütle merkezi, varsa, simetri düzlemi üzerindedir.

Eğer birbirini kesen iki tane simetri düzlemi varsa simetri düzlemlerinin kesişme doğrusu üzerindedir.

Bu doğruyu da kesen bir simetri düzlemi daha varsa o zaman doğrunun düzlemi kestiği nokta cismin kütle merkezidir.



AĞIRLIK MERKEZİ

Geometrik Merkez

Homojen bir cismin kütle merkezi bulunurken cismin sadece geometrisi ile ilgilenmek yeterli olur.

Cismin sadece geometrisi ile ilgilenilerek bulunan merkeze **geometrik merkez** denir.

Homojen bir cismin kütle merkezi geometrik merkez ile çakışır.

Dolayısı ile herhangi bir cismin, cisim homojen kabul edilerek, kütle merkezi bulunursa geometrik merkez bulunmuş olur.

Geometrik merkezi C harfi ile göstereceğiz. $C(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$

$$\bar{x} = \frac{\int x dV}{V} \quad \bar{y} = \frac{\int y dV}{V} \quad \bar{z} = \frac{\int z dV}{V}$$

$\underbrace{x \ y \ z}_{\text{Diferansiyel elemanın geometrik merkezinin koordinatları}}$

$t = \text{sb.}$ Kalınlık sabit

$A = \text{sb.}$ Kesit alanı sabit

$$dV = t dA$$

$$dV = A dL$$

$$\bar{x} = \frac{\int x dA}{A}$$

$$\bar{y} = \frac{\int y dA}{A}$$

$$\bar{z} = \frac{\int z dA}{A}$$

$$\bar{x} = \frac{\int x dL}{L}$$

$$\bar{y} = \frac{\int y dL}{L}$$

$$\bar{z} = \frac{\int z dL}{L}$$

AĞIRLIK MERKEZİ

Herhangi bir yay parçasının geometrik merkezinin yerini bulunuz.

Verilenler:

$$\rho = \text{sb.}$$

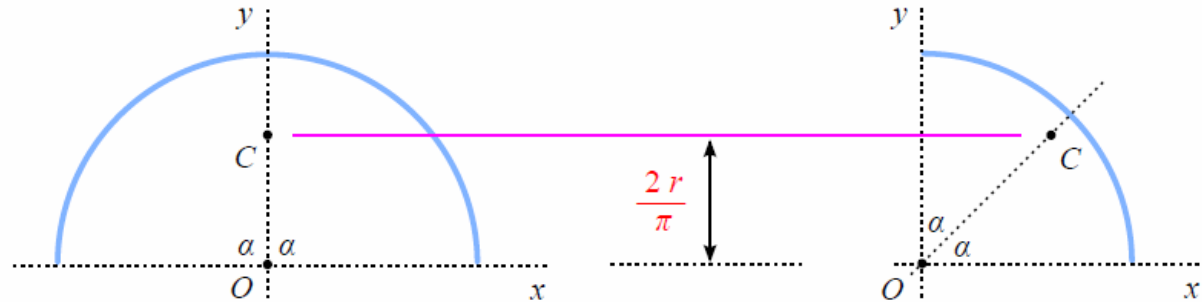
$$A = \text{sb.}$$

Bu değer seçilen eksen takımından bağımsızdır.

Yarım çember

$$\overline{OC} = \frac{r \sin \alpha}{\alpha}$$

Çeyrek çember



$$\left. \begin{array}{l} \alpha = \pi/2 \\ \overline{OC} = \frac{r \sin \alpha}{\alpha} \end{array} \right\} \overline{OC} = \frac{2r}{\pi}$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = \pi/4 \\ \overline{OC} = \frac{r \sin \alpha}{\alpha} \end{array} \right\} \overline{OC} = \frac{2\sqrt{2}r}{\pi}$$

İstenenler:

$$\overline{OC} = ?$$

$$\bar{x} = 0, \bar{y} = \frac{2r}{\pi}$$

$$\bar{x} = \bar{y} = \frac{2r}{\pi}$$

Bu koordinatlar, eksenler yukarıdaki gibi seçilirse geçerlidir.



AĞIRLIK MERKEZİ

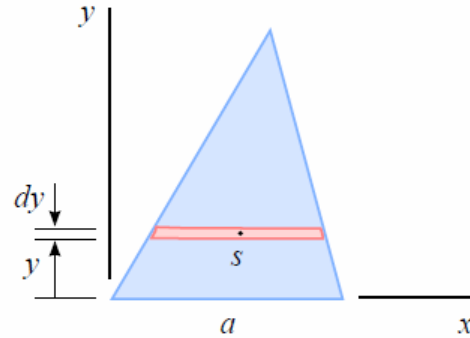
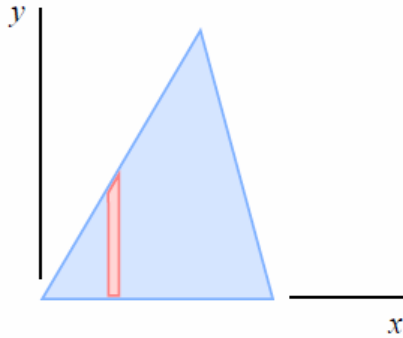
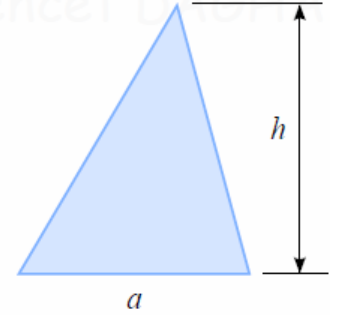
Herhangi bir üçgenin geometrik merkezinin herhangi bir tabanına uzaklığını bulunuz.

Çözüm

Bir üçgen, kalınlığı sabit olan bir cisim olarak göz önüne alınabilir.

Kalınlığı sabit olan bir cismin geometrik merkezini bulurken sadece yüzey alanı ile ilgilenmek yeterli olur.

Üçgenin tabanı, x -ekseni ile çakıştırılırsa:



$$\bar{y} A = \int y dA$$

$$\bar{y} A = \int y_{el} dA$$

$$A = \frac{a h}{2}$$

$$y_{el} = y$$

$$dA = s dy$$

$$\frac{s}{a} = \frac{h - y}{h}$$

$$\bar{y} \frac{a h}{2} = \int_0^h y \frac{a}{h} (h - y) dy$$

$$\bar{y} \frac{a h}{2} = \frac{a}{h} \left(h \frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right) \Big|_0^h$$

$$\bar{y} = \frac{h}{3}$$



Diferansiyel elemanı seçerken

olabildiğince

tek aşamada sonuca gidebilecek şekilde

seçmeye dikkat edilmelidir.

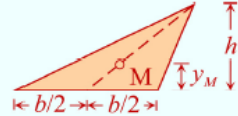
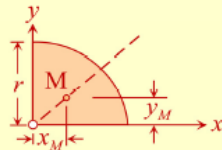
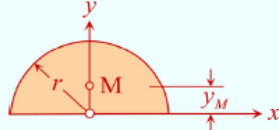
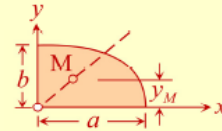
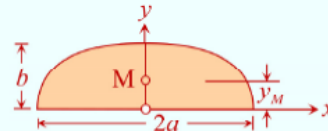
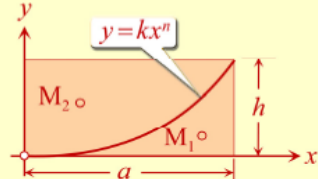
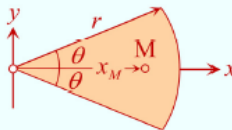
Yukarıdaki gibi bir seçim yapılırsa

sınırlar değişik olduğu için

problemi iki bölümde çözmek gerekecektir.

Herhangi bir üçgenin geometrik merkezinin herhangi bir tabanına uzaklığı
o tabandan ölçülen yüksekliğinin üçte biri kadardır.

AĞIRLIK MERKEZİ

GEOMETRİ		x_M	y_M	Alan	
üçgen			$\frac{1}{3}h$	$\frac{1}{2}bh$	
1/4 daire		$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{1}{4}\pi r^2$	
1/2 daire		0	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{1}{2}\pi r^2$	
1/4 elips		$\frac{4a}{3\pi}$	$\frac{4b}{3\pi}$	$\frac{1}{4}\pi ab$	
1/2 elips		0	$\frac{4b}{3\pi}$	$\frac{1}{2}\pi ab$	
Parabol parçası		①	$\frac{(n+1)}{(n+2)}a$	$\frac{(n+1)}{(4n+2)}h$	$\frac{ah}{(n+1)}$
		②	$\frac{(n+1)}{(2n+4)}a$	$\frac{(n+1)}{(2n+1)}h$	$\frac{n}{(n+1)}(ah)$
Daire dilimi		$\frac{2r \sin \theta}{3\theta}$	0	θr^2	

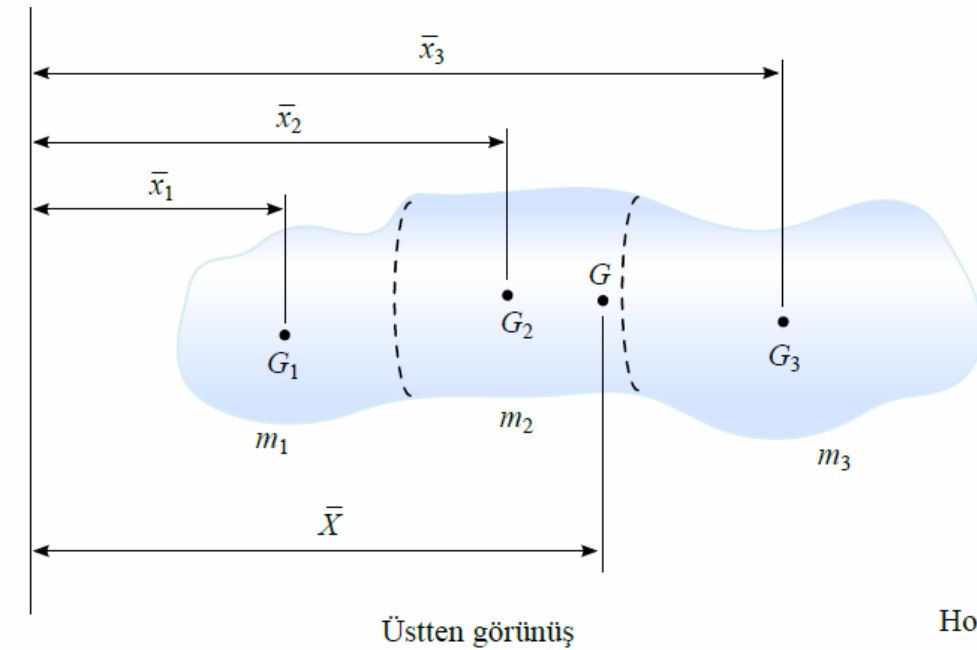
AĞIRLIK MERKEZİ

Bileşik Cisimler ve Şekiller

Kütle merkezi bulunacak olan cismin tamamı basit bir geometriye sahip olmayabilir.

Eğer basit geometrik şekle sahip cisimlerin eklenip çıkarılması ile elde edilebilen bir cisim ise o zaman yine Varignon teoreminden faydalanılabilir.

Eklenen cismin kütlesi pozitif olarak, çıkarılan cismin kütlesi negatif olarak alınır.



$$(m_1 + m_2 + m_3) \bar{X} = m_1 \bar{x}_1 + m_2 \bar{x}_2 + m_3 \bar{x}_3$$

$$\sum_{i=1}^3 m_i \bar{X} = \sum_{i=1}^3 m_i \bar{x}_i$$

Genelleştirme yaparak:

$$\bar{X} = \frac{\sum m \bar{x}}{\sum m} \quad \bar{Y} = \frac{\sum m \bar{y}}{\sum m} \quad \bar{Z} = \frac{\sum m \bar{z}}{\sum m}$$

Homojen bir cismin kütlelerinin yerine hacmi ile ilgilenmek yeterli olur.

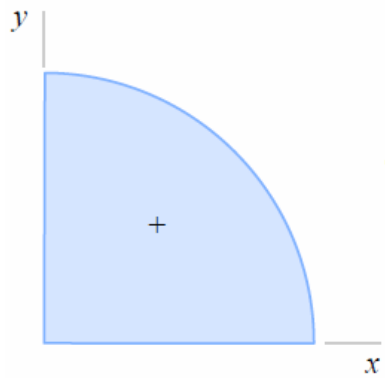
Kalınlığı da sabit ise yüzey alanı ile

veya kesit alanı da sabit ise boyu ile ilgilenmek yeterli olur.

AĞIRLIK MERKEZİ

m 6/5

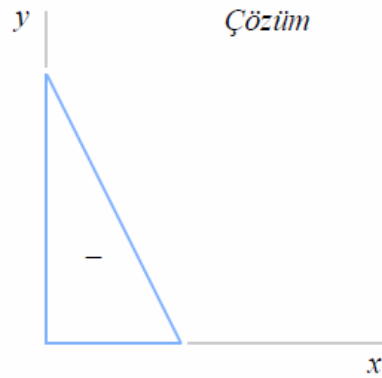
Şekildeki alanın geometrik merkezinin koordinatlarını bulunuz.



$$\bar{x}_1 = \bar{y}_1 = \frac{4a}{3\pi}$$

$$A_1 = \frac{\pi a^2}{4}$$

+



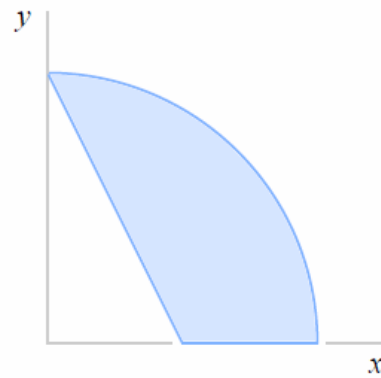
$$\bar{x}_2 = \frac{a/2}{3}$$

$$\bar{y}_2 = \frac{a}{3}$$

$$A_2 = -\frac{(a/2)a}{2}$$

Çözüm

=



$$\bar{X} = \frac{\sum A \bar{x}}{\sum A}$$

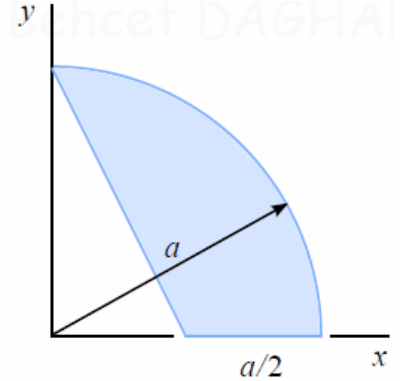
$$\bar{X} = \frac{A_1 \bar{x}_1 + A_2 \bar{x}_2}{A_1 + A_2} = \frac{\frac{\pi a^2}{4} \frac{4a}{3\pi} + (-\frac{(a/2)a}{2}) \frac{a/2}{3}}{\frac{\pi a^2}{4} + (-\frac{(a/2)a}{2})}$$

$$\bar{X} = \frac{7a}{6(\pi - 1)}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum A \bar{y}}{\sum A}$$

$$\bar{Y} = \frac{A_1 \bar{y}_1 + A_2 \bar{y}_2}{A_1 + A_2} = \frac{\frac{\pi a^2}{4} \frac{4a}{3\pi} + (-\frac{(a/2)a}{2}) \frac{a}{3}}{\frac{\pi a^2}{4} + (-\frac{(a/2)a}{2})}$$

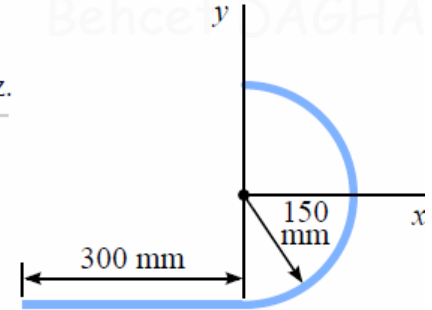
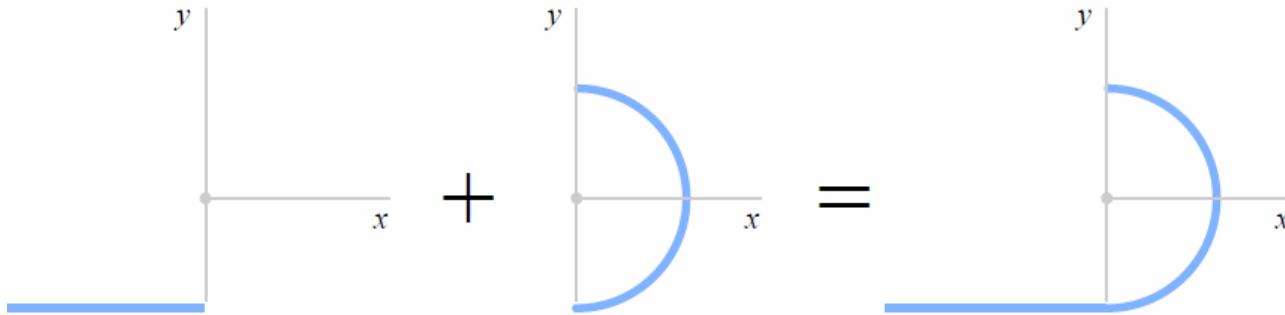
$$\bar{Y} = \frac{a}{\pi - 1}$$



AĞIRLIK MERKEZİ

Şekildeki gibi bükülmüş olan çubuğun geometrik merkezinin koordinatlarını bulunuz.

Çözüm



$$\bar{x}_1 = -150 \text{ mm}$$

$$\bar{y}_1 = -150 \text{ mm}$$

$$L_1 = 300 \text{ mm}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{2r}{\pi} = \frac{300}{\pi} \text{ mm}$$

$$\bar{y}_2 = 0$$

$$L_2 = 150\pi \text{ mm}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum L \bar{x}}{\sum L}$$

$$\bar{X} = \frac{L_1 \bar{x}_1 + L_2 \bar{x}_2}{L_1 + L_2} = \frac{300(-150) + 150\pi \frac{300}{\pi}}{300 + 150\pi}$$

$$\bar{X} = 0$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum L \bar{y}}{\sum L}$$

$$\bar{Y} = \frac{L_1 \bar{y}_1 + L_2 \bar{y}_2}{L_1 + L_2} = \frac{300(-150) + 150\pi(0)}{300 + 150\pi}$$

$$\bar{Y} = -58.3 \text{ mm}$$

AĞIRLIK MERKEZİ

Şekildeki gibi kesilmiş ve bükülmüş olan levhanın geometrik merkezinin koordinatlarını bulunuz.

Çözüm

	$\bar{x}$ (mm)	$\bar{y}$ (mm)	$\bar{z}$ (mm)	A (mm ²)
1. y-z düzlemindeki dikdörtgen (250x400):	0	125	200	100 000
2. x-z düzlemindeki dikdörtgen (175x400):	87.5	0	200	70 000
3. y-z düzlemindeki üçgen (100x200):	0	216.7	66.7	-10 000

$$\bar{X} = \frac{\sum A \bar{x}}{\sum A}$$

$$\bar{X} = \frac{100\,000(0) + 70\,000(87.5) + (-10\,000)(0)}{100\,000 + 70\,000 + (-10\,000)}$$

$$\bar{X} = 38.3 \text{ mm}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum A \bar{y}}{\sum A}$$

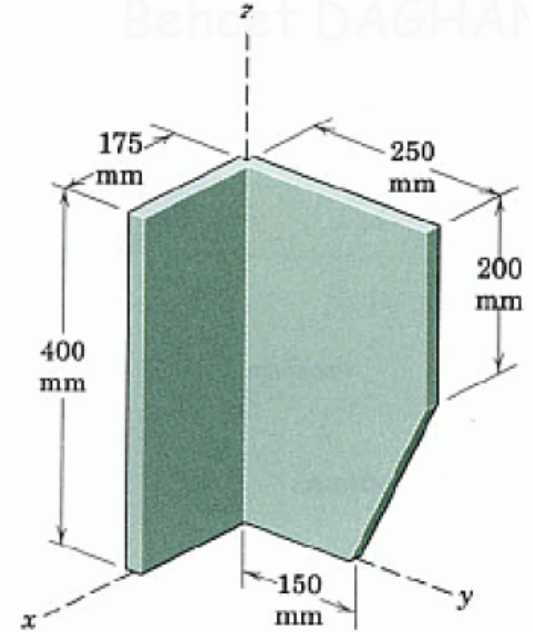
$$\bar{Y} = \frac{100\,000(125) + 70\,000(0) + (-10\,000)(216.7)}{100\,000 + 70\,000 + (-10\,000)}$$

$$\bar{Y} = 64.6 \text{ mm}$$

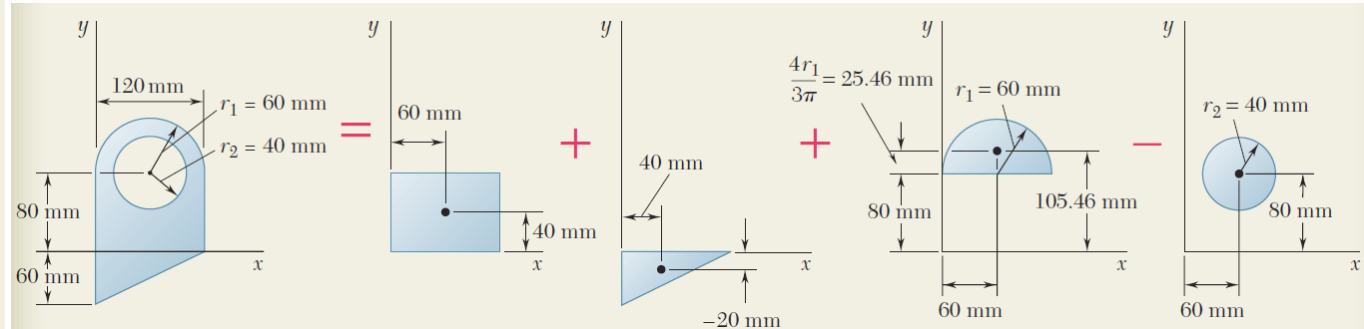
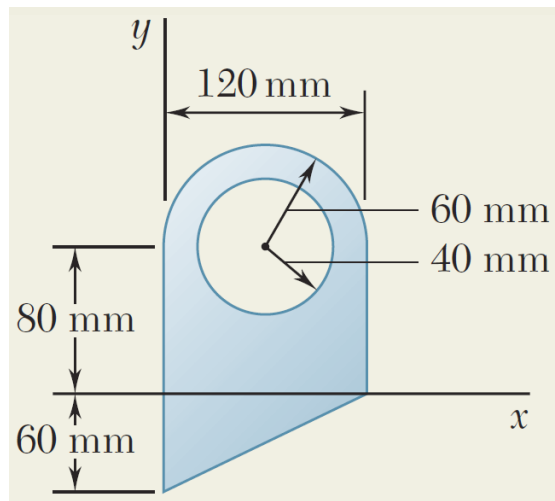
$$\bar{Z} = \frac{\sum A \bar{z}}{\sum A}$$

$$\bar{Z} = \frac{100\,000(200) + 70\,000(200) + (-10\,000)(66.7)}{100\,000 + 70\,000 + (-10\,000)}$$

$$\bar{Z} = 208.3 \text{ mm}$$



AĞIRLIK MERKEZİ



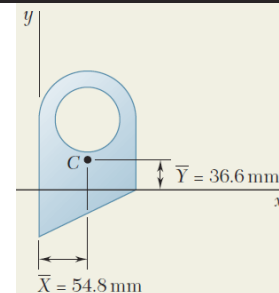
Component	A, mm^2	$\bar{x}, \text{mm}$	$\bar{y}, \text{mm}$	$\bar{x}A, \text{mm}^3$	$\bar{y}A, \text{mm}^3$
Rectangle	$(120)(80) = 9.6 \times 10^3$	60	40	$+576 \times 10^3$	$+384 \times 10^3$
Triangle	$\frac{1}{2}(120)(60) = 3.6 \times 10^3$	40	-20	$+144 \times 10^3$	-72×10^3
Semicircle	$\frac{1}{2}\pi(60)^2 = 5.655 \times 10^3$	60	105.46	$+339.3 \times 10^3$	$+596.4 \times 10^3$
Circle	$-\pi(40)^2 = -5.027 \times 10^3$	60	80	-301.6×10^3	-402.2×10^3
	$\Sigma A = 13.828 \times 10^3$			$\Sigma \bar{x}A = +757.7 \times 10^3$	$\Sigma \bar{y}A = +506.2 \times 10^3$

$$\bar{X}\Sigma A = \Sigma \bar{x}A: \quad \bar{X}(13.828 \times 10^3 \text{ mm}^2) = 757.7 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

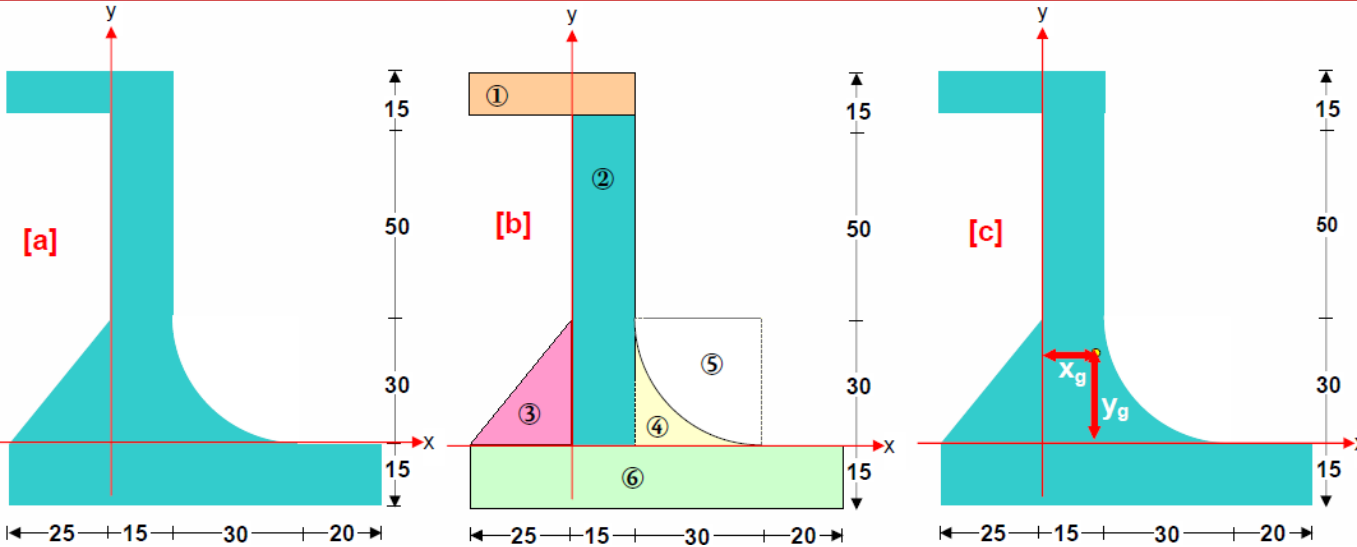
$$\bar{X} = 54.8 \text{ mm}$$

$$\bar{Y}\Sigma A = \Sigma \bar{y}A: \quad \bar{Y}(13.828 \times 10^3 \text{ mm}^2) = 506.2 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\bar{Y} = 36.6 \text{ mm}$$



AĞIRLIK MERKEZİ



Şekilde verilen alanın
ağırlık merkezi
koordinatlarının
hesaplanması

Parça No	A_i	x_i	y_i	$A_i x_i$	$A_i y_i$
①	600	-5	87.5	-3000	52500
②	1200	7.5	40	9000	48000
③	375	-8.33	10	-3124	3750
④	900 [30x30 kare]	30	15	27000	13500
⑤	-706 [1/4 daire]	32.26	17.26	-22776	-12186
⑥	1350	20	-7.5	27000	-10125
Toplam	3719			34100	95439

Ağırlık merkezinin koordinatları $[x_g \ y_g]$

x_g

y_g

Parça No	$\sum A_i x_i$	$\sum A_i y_i$
①	600	87.5
②	1200	40
③	375	10
④	900 [30x30 kare]	15
⑤	-706 [1/4 daire]	17.26
⑥	1350	-7.5
Toplam	3719	34100

Ağırlık merkezinin koordinatları $[x_g \ y_g]$

x_g

y_g

$$x_g = \bar{x} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{34100}{3719} = 9.17$$

$$y_g = \bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{95439}{3719} = 25.66$$

AĞIRLIK MERKEZİ

PAPPUS-GULDINUS TEOREMLERİ

Guldin kuraları:

1.Kural: Bir düzlem eğrinin bir eksen etrafında dönmesi sonucu oluşan cismin manto(yüzey) alanı aşağıdaki basit yolla hesaplanır. $A_{\text{manto}} = 2 \pi L d_1$

L: eğrinin uzunluğu

d_1 :Eğrinin ağırlık merkezinin eksene mesafesi

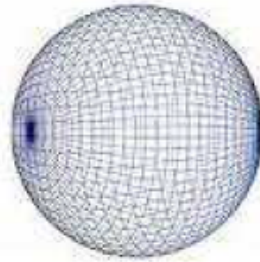
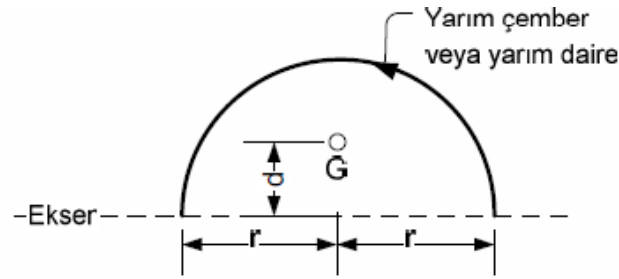
2.Kural: Bir düzlem alanın bir eksen etrafında dönmesi sonucu oluşan cismin hacmi aşağıdaki basit yolla hesaplanır.

$$V = 2 \pi A d_2$$

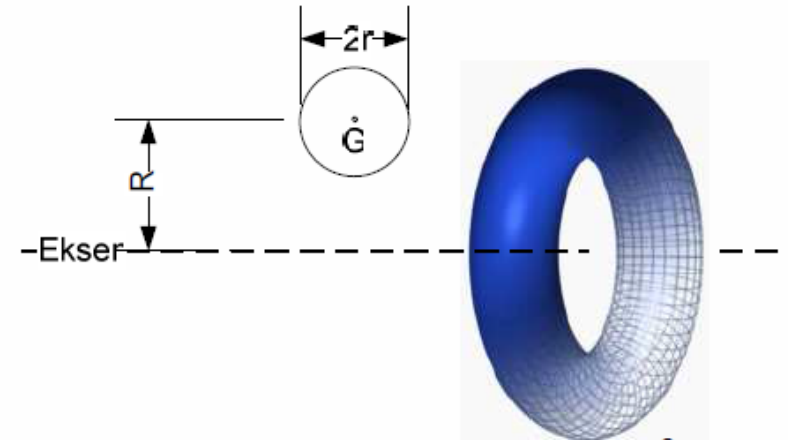
A: düzlem cismin alanı

d_2 : alanın ağırlık merkezinin eksene mesafesi

AĞIRLIK MERKEZİ



Bir çember veya dairenin eksen etrafında dönmesi ile torus oluşur:



$$L = \pi r \quad (\text{yarım çember uzunluğu})$$
$$d = d_1 = 2r/\pi \quad (\text{çemberin ağırlık merkezinin eksene mesafesi})$$
$$A_{\text{yüzey}} = 2\pi (\pi r) (2r/\pi) = 4\pi r^2 \quad (\text{kürenin yüzeyi})$$

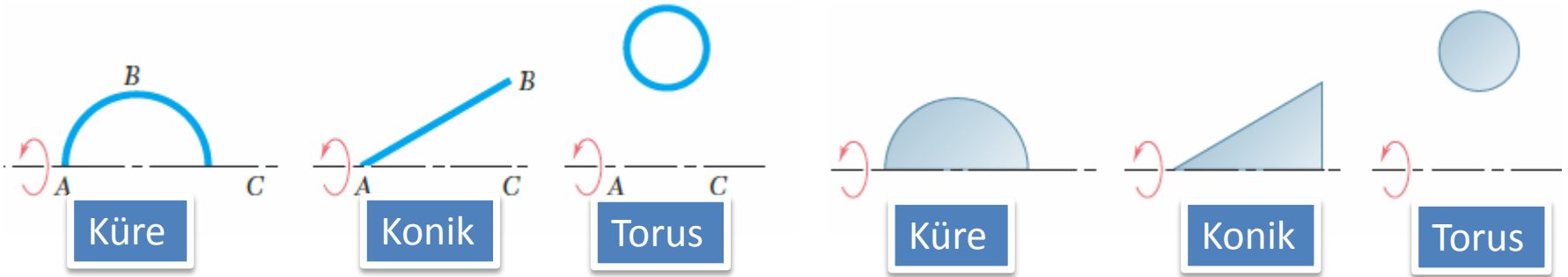
Yarım dairenin eksen etrafında dönmesi ile küre oluşur:

$$A = \pi r^2/2 \quad (\text{yarım dairenin alanı})$$
$$d = d_2 = 4r/3\pi \quad (\text{yarım dairenin ağırlık merkezinin eksene mesafesi})$$
$$V = 2\pi (\pi r^2/2) (4r/3\pi) = 4\pi r^3/3 \quad (\text{kürenin hacmi})$$

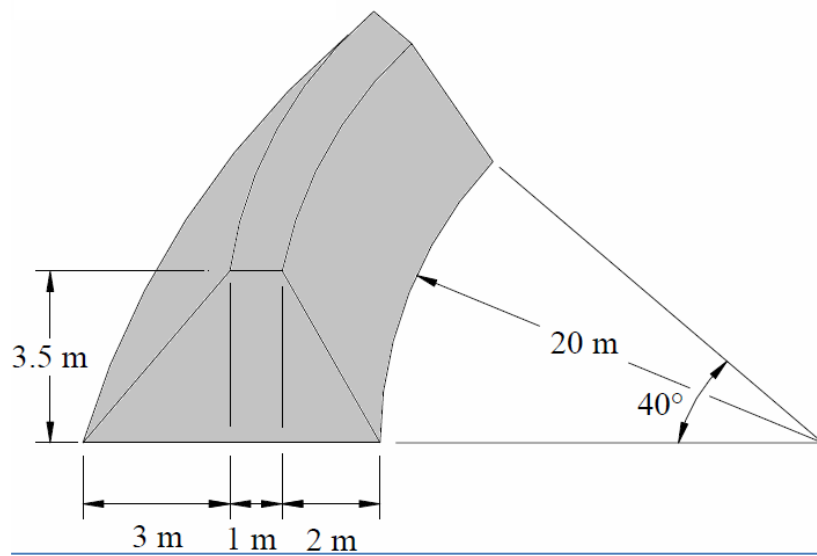
$$A_{\text{yüzey}} = 2\pi L d_1 = 2\pi (2\pi r) (R) = 4\pi^2 r R \quad (\text{Torus yüzey alanı})$$

$$V = 2\pi (\pi r^2) (R) = 2\pi^2 r^2 R \quad (\text{Torus hacmi})$$

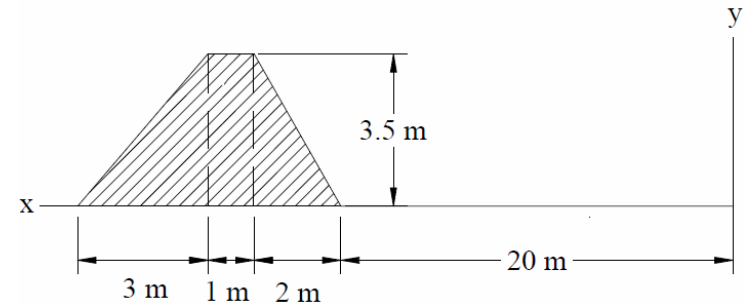
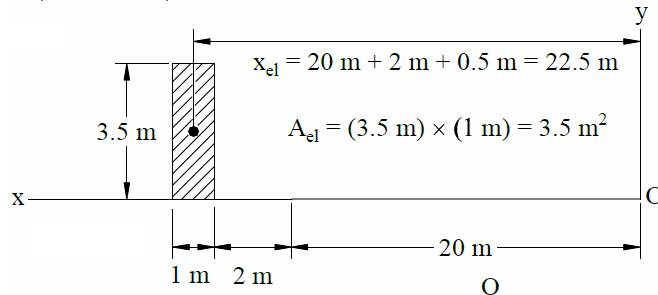
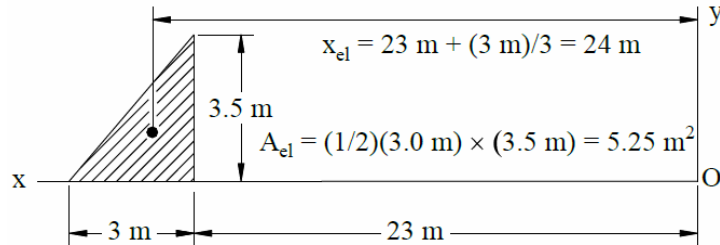
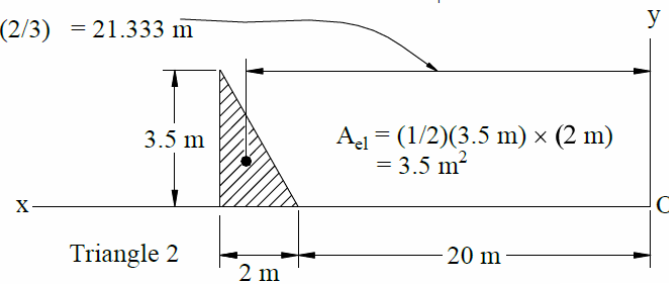
AĞIRLIK MERKEZİ



Şekilde görülen betonarme baraj için gerekli beton miktarını hesaplayınız.



$$x_{el} = 20 \text{ m} + (2 \text{ m})(2/3) = 21.333 \text{ m}$$



$$r_c = \frac{\sum x_{el} A_{el}}{\sum A_{el}} \rightarrow A$$

$$r_c A = \sum x_{el} A_{el}$$

$$V = 2\pi(40^\circ/360^\circ)(r_c A)$$

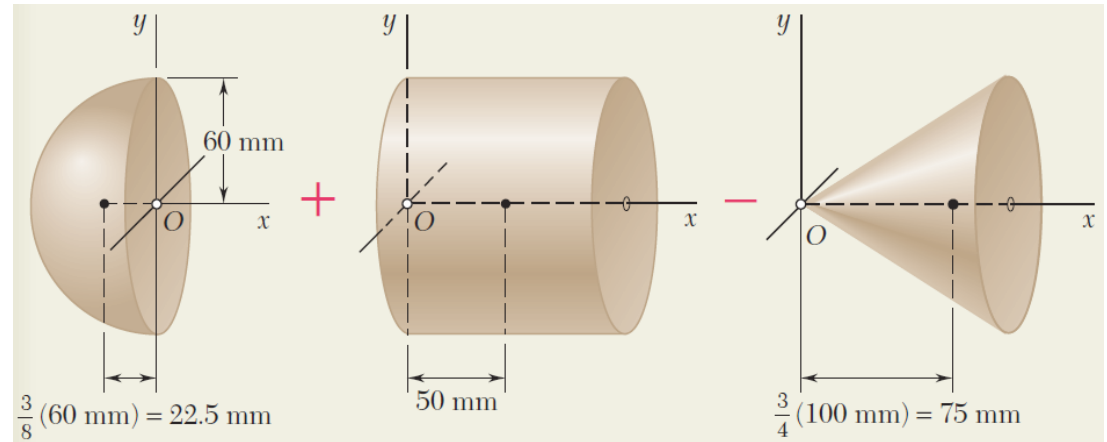
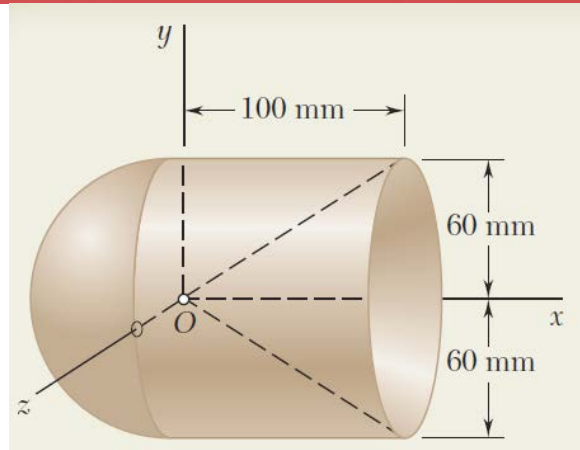
$$= (2/9)\pi \sum x_{el} A_{el}$$

Region	$A_{el} \text{ (m}^2\text{)}$	$x_{el} \text{ (m)}$	$x_{el} A_{el} \text{ (m}^3\text{)}$
Triangle 1	5.25	24	126
Rectangle	3.5	22.500	78.750
Triangle 2	3.5	21.333	74.665
$\sum x_{el} A_{el} = 279.415$			

$$V = \frac{2\pi}{9} \sum x_{el} A_{el} = 279.415 \text{ m}^3$$

$$= 195.1 \text{ m}^3$$

AĞIRLIK MERKEZİ

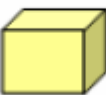


Component	Volume, mm ³	$\bar{x}$, mm	$\bar{x}V$, mm ⁴
Hemisphere	$\frac{1}{2} \frac{4\pi}{3} (60)^3 = 0.4524 \times 10^6$	-22.5	-10.18×10^6
Cylinder	$\pi(60)^2(100) = 1.1310 \times 10^6$	+50	$+56.55 \times 10^6$
Cone	$-\frac{\pi}{3} (60)^2(100) = -0.3770 \times 10^6$	+75	-28.28×10^6
	$\Sigma V = 1.206 \times 10^6$		$\Sigma \bar{x}V = +18.09 \times 10^6$

$$\bar{X}\Sigma V = \Sigma \bar{x}V: \quad \bar{X}(1.206 \times 10^6 \text{ mm}^3) = 18.09 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\bar{X} = 15 \text{ mm}$$

AĞIRLIK MERKEZİ

CİSİMLERİN AĞIRLIK MERKEZLERİNİN ÖZETİ			
ELEMAN		EKSEN	
		$\bar{x}$	$\bar{y}$
Çubuk		$\frac{L_i \bar{x}_i}{\sum L_i}$	$\frac{L_i \bar{y}_i}{\sum L_i}$
Alan		$\frac{A_i \bar{x}_i}{\sum A_i}$	$\frac{A_i \bar{y}_i}{\sum A_i}$
Hacim		$\frac{V_i \bar{x}_i}{\sum V_i}$	$\frac{V_i \bar{y}_i}{\sum V_i}$
Kütle		$\frac{m_i \bar{x}_i}{\sum m_i}$	$\frac{m_i \bar{y}_i}{\sum m_i}$

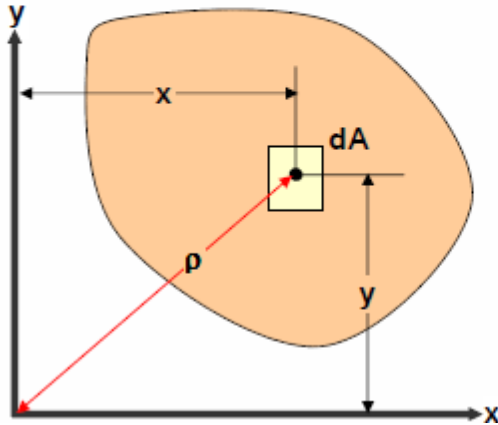
AĞIRLIK MERKEZİ

STATİK MOMENT [ALANIN BİRİNCİ MOMENTİ]

Yapı elemanlarının şekil değiştirmelerinin hesabında özellikle kesme kuvvetinden dolayı oluşan kayma gerilmelerinin hesaplanmasında kullanılan,

$$S_x = \int y dA$$

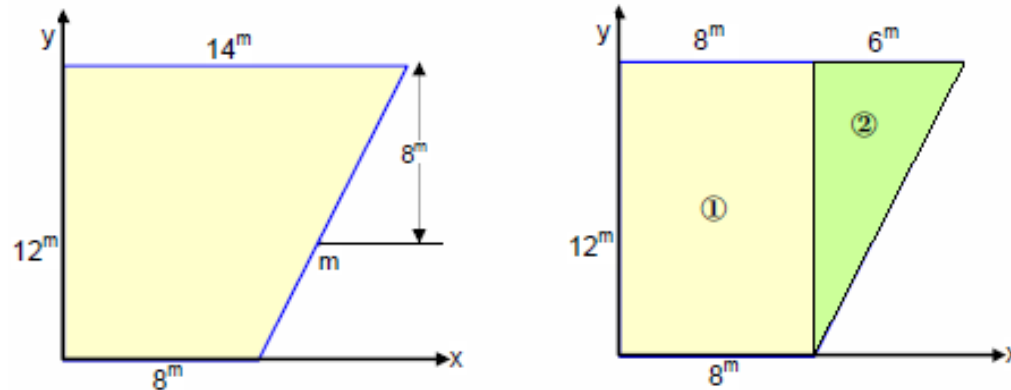
$$S_y = \int x dA$$



AĞIRLIK MERKEZİ

ÖRNEK 5.19. Verilen şeklin,

a. x-x ve y-y eksenlerine göre statik momentlerinin [S_x S_y]

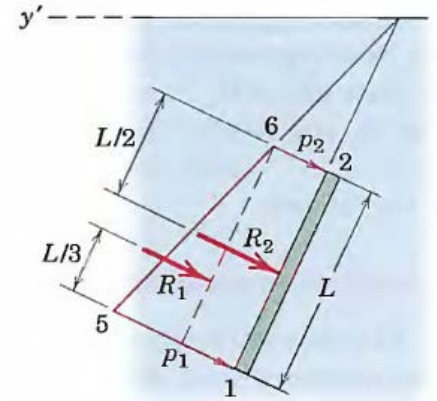
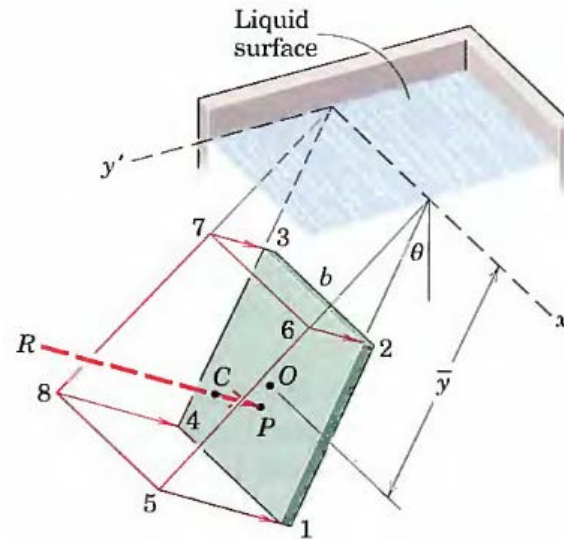
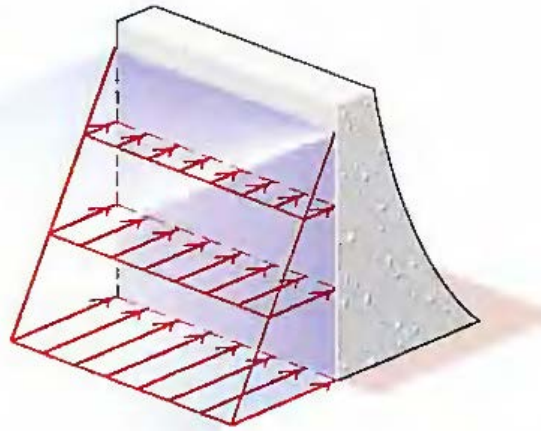


Çözüm a: Önce eksenlere göre statik momentler hesaplanır.

$$S_x = \sum x_i dA = \sum [x_1 A_1 + x_2 A_2] = \sum [4 \times 8 \times 12 + [(1/3) \times 6 + 8] \times 0.5 \times 6 \times 12] = 744.48 \text{ m}^3$$

$$S_y = \sum y_i dA = \sum [y_1 A_1 + y_2 A_2] = \sum [6 \times 8 \times 12 + [(2/3) \times 12] \times 0.5 \times 6 \times 12] = 864.60 \text{ m}^3$$

AĞIRLIK MERKEZİ



$$p = \rho gh$$

Sıvıların Basıncı

AĞIRLIK MERKEZİ

Şekilde görülen sistemde 4m yüksekliğinde 6m genişliğindeki dikey plaka 3m yüksekliğe kadar su ile doldurulan bir kanalın kapağıdır. Kapak, A noktasında sabit mafsalla tutturulmuş ve sabitlenmiş B noktasına dayanmaktadır (Sürtünme yok). A ve B noktadaki mesnet kuvvetlerini bulunuz.

Solution. The free-body diagram of the plate is shown in section and includes the vertical and horizontal components of the force at A, the unspecified weight $W = mg$ of the plate, the unknown horizontal force B , and the resultant R of the triangular distribution of pressure against the vertical face.

The density of fresh water is $\rho = 1.000 \text{ Mg/m}^3$ so that the average pressure is

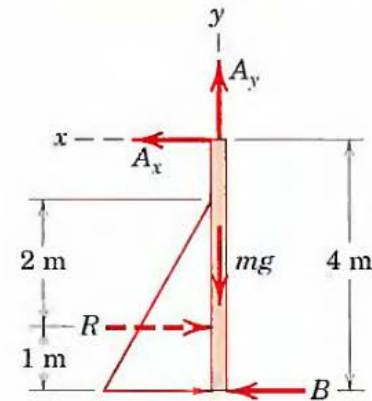
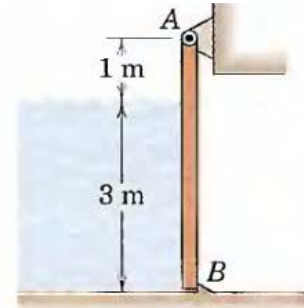
$$\textcircled{1} [p_{\text{av}} = \rho g \bar{h}] \quad p_{\text{av}} = 1.000(9.81)\left(\frac{3}{2}\right) = 14.72 \text{ kPa}$$

The resultant R of the pressure forces against the plate becomes

$$[R = p_{\text{av}}A] \quad R = (14.72)(3)(6) = 265 \text{ kN}$$

This force acts through the centroid of the triangular distribution of pressure, which is 1 m above the bottom of the plate. A zero moment summation about A establishes the unknown force B . Thus,

$$[\Sigma M_A = 0] \quad 3(265) - 4B = 0 \quad B = 198.7 \text{ kN} \quad \text{Ans.}$$



Helpful Hint

- ① Note that the units of pressure ρgh are
- $$\left(10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (\text{m}) = \left(10^3 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}\right) \left(\frac{1}{\text{m}^2}\right) = \text{kN/m}^2 = \text{kPa}.$$